técnica

364 associação dos estudantes do instituto superior técnico
janeiro 1967 revista de engenharia

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40
(«Heliaço» e «SNT 40»)

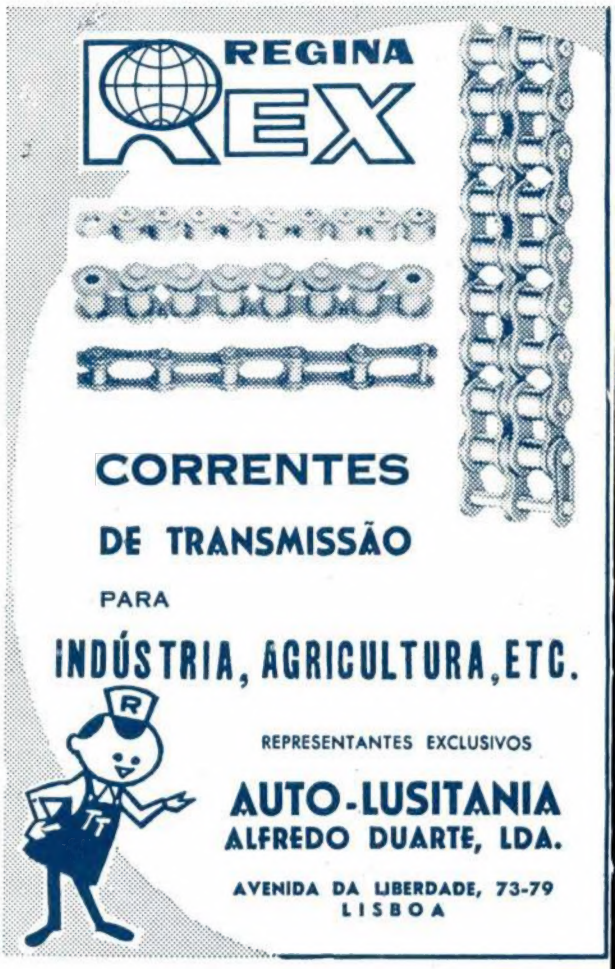
TENSÕES DE SEGURANÇA
Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77



UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 491

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO
E DA CACHOFARRA

●

A UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

técnica

NÚMERO 364 ✱ JANEIRO DE 1967 ✱ ANO XLII ✱ VOLUME XXIX ✱ PUBLICAÇÃO MENSAL

Director
Assis Farinha Martins

Administrador
V. M. Martins Pinto

Secretário
Victor Coias e Silva

Redactores
Carlos A. C. Monteiro
J. E. Pinto Ferreira
João M. G. Caraça

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

★

Assinaturas

		5 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	—	70$00	130$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	80$00	140$00
Estrangeiro	—	90$00	150$00

Número avulso — 20$00

★

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais, 103 — Lisboa

SUMÁRIO

153 *SALES LUÍS* — **Temperatura, calor e energia interna**
— Temperature, heat and internal energy.

159 *LUÍS VICENTE* — **Circuitos lógicos de resistências-transistor. Dimensionamento**
Design of logical resistor-transistor circuits.

167 *VIRGÍLIO IGREJA* — **Estudo de um sistema de comando automático para o circuito de secagem e absorção de uma fábrica de ácido sulfúrico**
Automatic control of a drying and absorption circuit in a sulphuric acid plant.

183 *VALENTE DA SILVA* — **Barragem em betão. Estudo da directriz dum arco**
Concret dams. Study of the directrix of an arch.

✱

191 **Vida Escolar e Associativa**
GONÇALVES CALADO — Algumas Aplicações da Teoria dos Grupos à Química

166 **Notas Informativas**
Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional.

207 **Do Mundo Técnico**
O projecto Henderson. Perfuração de um novo jazigo de molibdénio — A Energia nuclear no quotidiano — Nova fábrica para a produção da poliimida «Vespel» — O filme de «Mylar» ondulado está agora disponível na Europa — Estudo do núcleo dos isótopos do cálcio. — Novos líquidos completam a gama dos compostos freon.

211 **Biblioteca**

CAPA Estádio do Povo, em Baghdad — Realização do Serviço de Projectos e Obras da Fundação Calouste Gulbenkian — Arquitectos Francisco Keil do Amaral e Carlos Manuel Ramos.

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A — Pág.

A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXVIII
AEG XIX
Aguiar e Melo XXX
Asea Eléctrica Ld.ª V
Auto-Lusitania . . . . . 2.ª da capa

B

B. P. XIV

C

CIDEX IV
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XXX
Construções Técnicas XXIII

D

Dial XX

E

Electro-Arco, Ltd.ª IV
Electrotécnicos Reunidos XXV
Empresa de Cimentos de Leiria . . III
Empresa Electro Cerâmica XXVII
Empresa de Produtos Asfálticos. . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XVI
Escodel XX

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
FASSIO XVIII
Fundações Franki, Lda. I

G

Guedes & Almeida, Lda. XXIV

H

Heliaço . . . . . 2.ª da capa

I — Pág.

I. S. T. XXVII

J

Jayme da Costa, Lda XVII
Johann Keller XX
J. Silva & Irmão XXVI

M

MAGUE XIII
MEC XXVI
Monteiro Gomes, Lda. VI

N

Novobra, Lda. . . . . 2.ª da capa

R

ROMAR XII

S

Sociedade Portuguesa Cavan . . . VIII
Sondagens e Fundações A. Cavaco . IV
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXVII
Sopecate IX
Standard Eléctrica VII
STET XXI

T

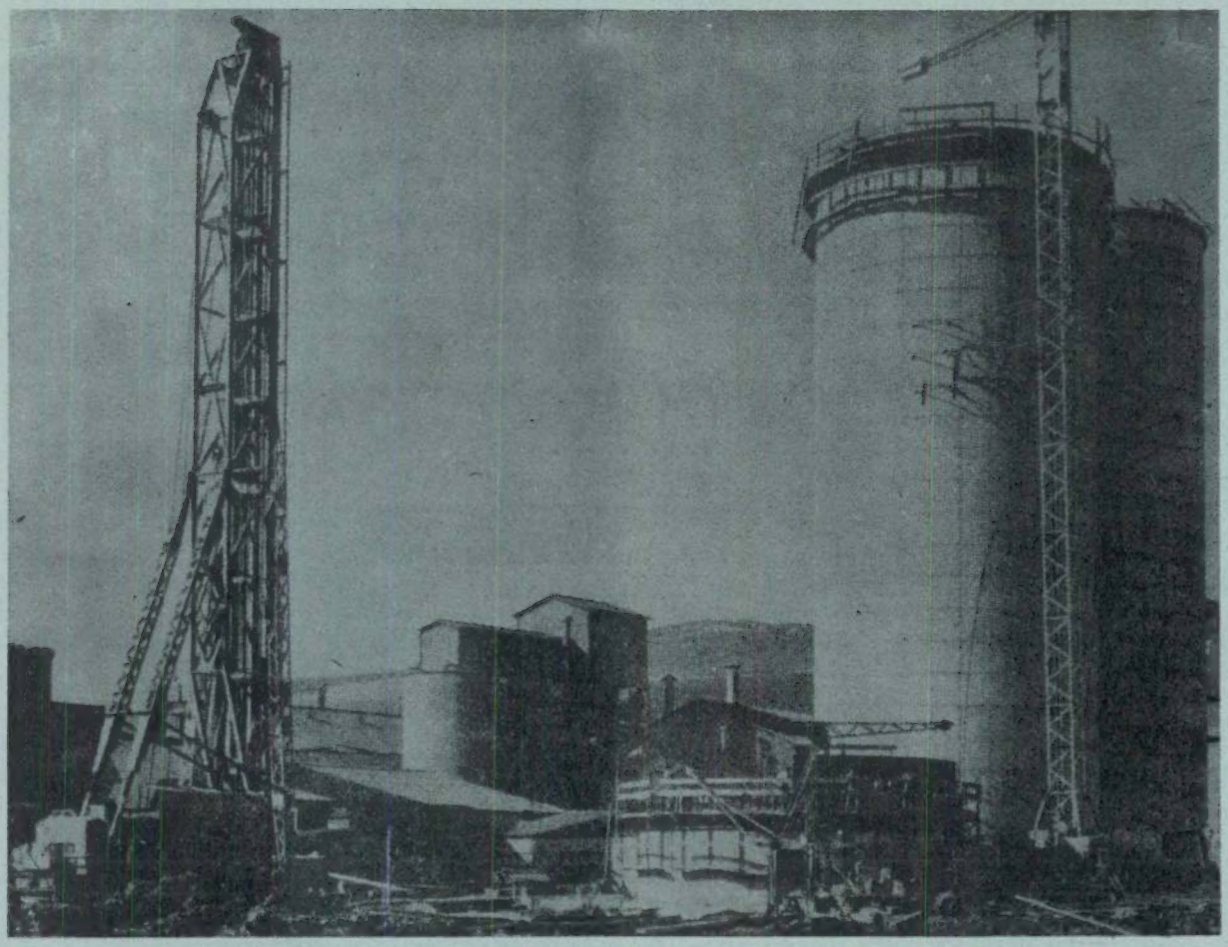
Tudor XXVI

U

União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

W

Wild Portugal, Lda. XV



Companhia Cimento Tejo — Alhandra

Assente sobre Estacas FRANKI

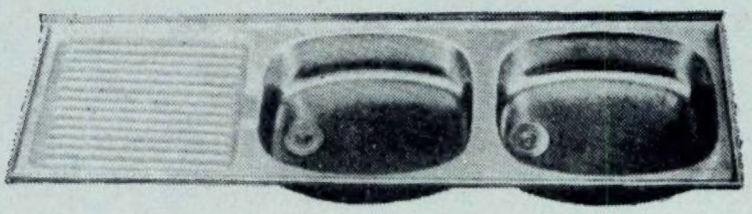
FUNDAÇÕES FRANKI L.DA

RUA BRAAMCAMP, 13-3.º — LISBOA 1 — TEL. P. P. C. 53 41 12/3/4 — ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI — LISBOA

PRÉDIO SANTOS GIL, 6.º ANDAR — SALA 10 — TEL. 9 11 67 — CAIXA POSTAL 1397

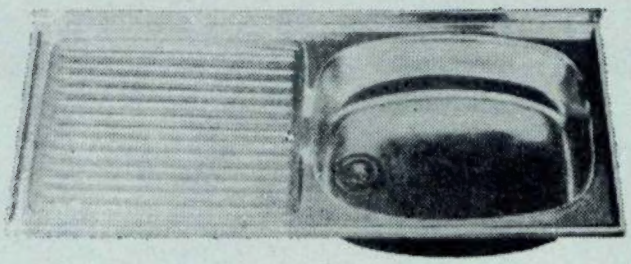
ENDEREÇO TELEGRÁFICO: FRANKI—LOURENÇO MARQUES

LAVA-LOUÇAS EM AÇO INOXIDAVEL



Modernize os lares de Portugal, usando nas suas cozinhas Lava-Louças em AÇO INOXIDAVEL. Concepção e execução da

FABRICA PORTUGAL

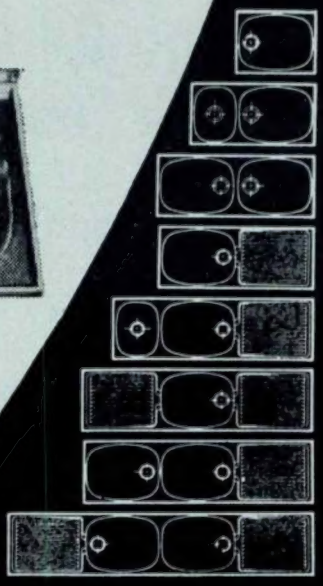


elegantes e higiénicos · duração ilimitada · revestidos de isolante especial · fornecidos com sifão de segurança · não partem a louça

- 8 MODELOS STANDARD · OUTROS MODELOS FORA DE SÉRIE
- MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES
- IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE
E NOS SEUS SALÕES DE EXPOSIÇÃO E VENDA

PRAÇA DOS RESTAURADORES · RUA FEBO MONIZ



SENHORES
ARQUITECTOS
ENGENHEIROS
EMPREITEIROS
CONSTRUTORES

CALCINA

É hoje em Portugal o melhor ligante hidráulico para argamassas, rebocos e alvenarias.

Prefiram, pois, C A L C I N A

Entregas permanentes de dia e de noite nas Fábricas de Cimento "Tejo" - Alhandra e do "Cabo Mondego" - Figueira da Foz, e através da vasta rede de revendedores espalhados por todo o País

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:
- Petróleos
- Indústrias químicas
- Construções navais
- Centrais eléctricas
- Alimentação de caldeiras
- Etc., etc.

Sob as condições de funcionamento seguintes:
- Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
- Pressões: altas e baixas
- Temperaturas: −180° C + 500° C
- Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.°/Telef. 73 53 07/LISBOA 1

Pesquisas e captações de água

Sondagens

Rebaixamento de níveis aquíferos

Injecções e consolidações de terrenos

Fundações

Estacas de betão

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA - 1
- TELEF. 73 35 45 - 5 95 62 - 55 38 73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

ESCOLAS DE SOLDADURA

—

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

—

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

"Vejamos o que a ASEA pode fazer"

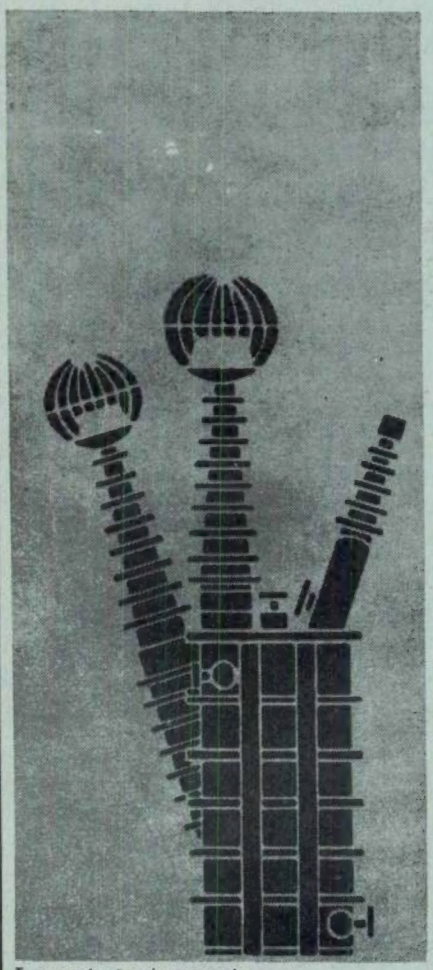
A versatilidade e o poder de invenção têm sido consideradas as características mais marcantes da ASEA no tocante a questões de electricidade. Por todo o mundo, poderá ouvir discussões que terminam com esta decisão: "Vejamos o que a ASEA pode fazer!" As realizações da ASEA na técnica da energia — produção, transmissão e distribuição de energia eléctrica — são de renome mundial. Pôr a electricidade em uso constitui igualmente uma das esferas de actividade da companhia e, aqui também, a pesquisa e desenvolvimento da ASEA têm-se revelado duma importância decisiva na criação de novos produtos e comodidades, promovendo melhorias técnicas nos accionamentos industriais, automação, fornos eléctricos, tracção e transportes. Com facilidades de produção em 7 países e representação em 71 países, a ASEA forma um grupo de companhias inteiramente internacional em todo o sentido do termo. O Sr. achará fácil e útil contactar com a organização ASEA para "ver o que a ASEA pode fazer".

uma força criadora no domínio da electricidade

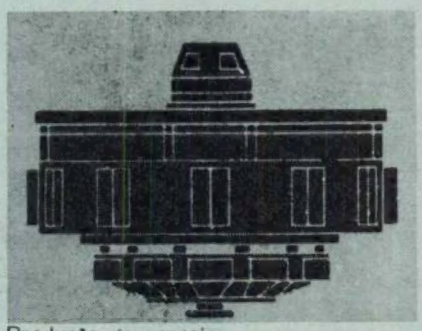
ASEA

ELÉCTRICA, LDA.

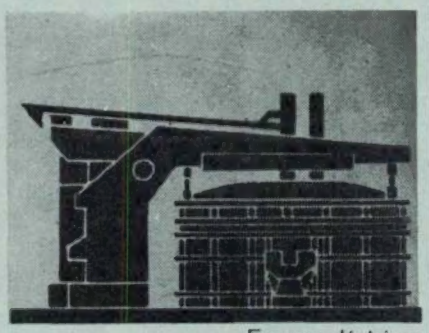
Sede em Lisboa: R. Rodrigues Sampaio, 18, 5º
Filial no Porto: Rua do Campo Alegre, 144



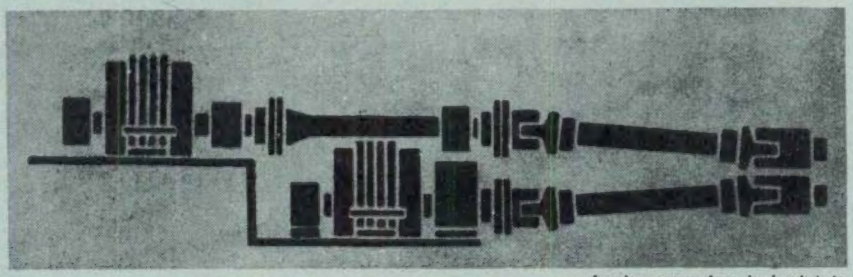
Transmissão de energia



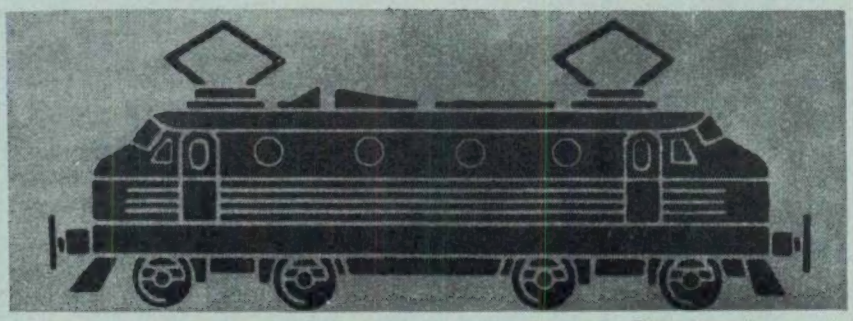
Produção de energia



Fornos eléctricos



Accionamentos industriais



Tracção e transporte

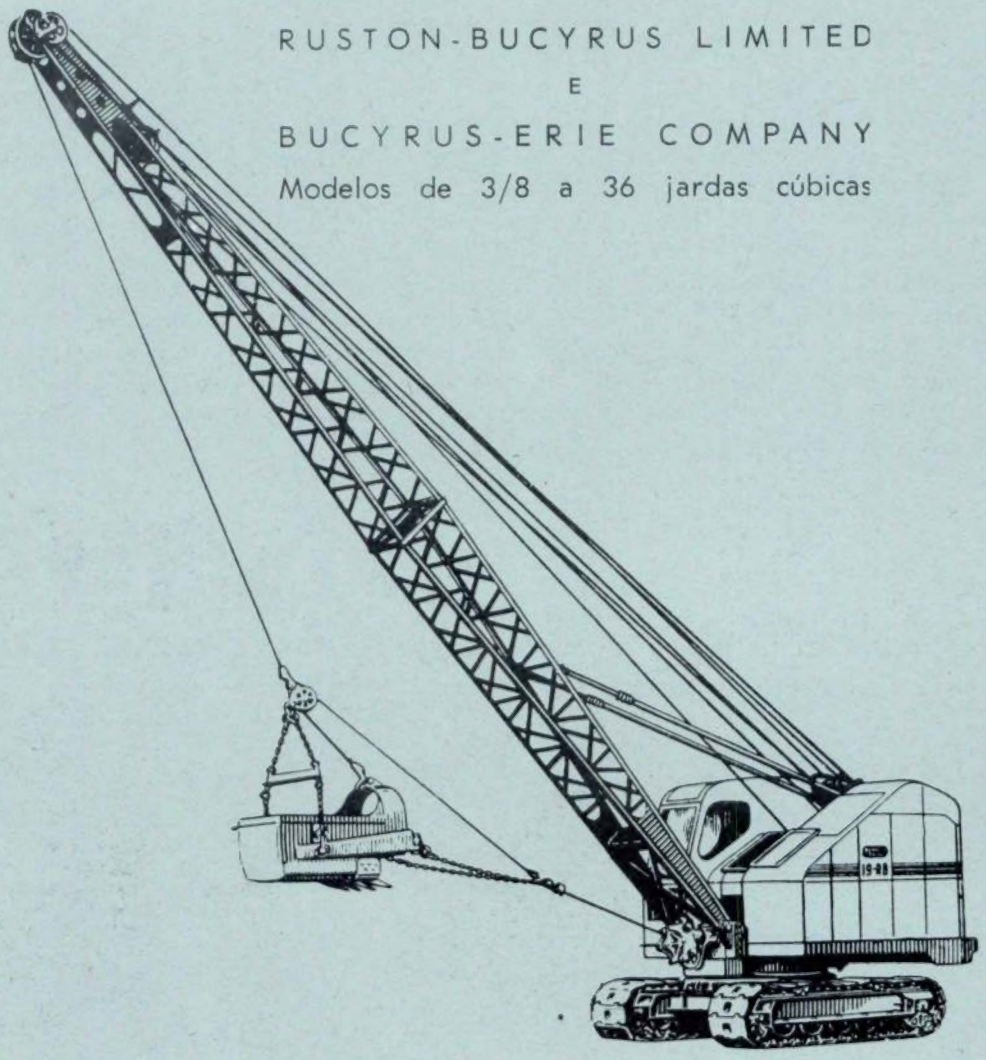
ESCAVADORAS

RUSTON-BUCYRUS LIMITED

E

BUCYRUS-ERIE COMPANY

Modelos de 3/8 a 36 jardas cúbicas



Escavadoras modelo 19 RB,

As escavadoras RUSTON-BUCYRUS e BUCYRUS-ERIE são as mais conhecidas mundialmente e as mais utilizadas em todo o território português

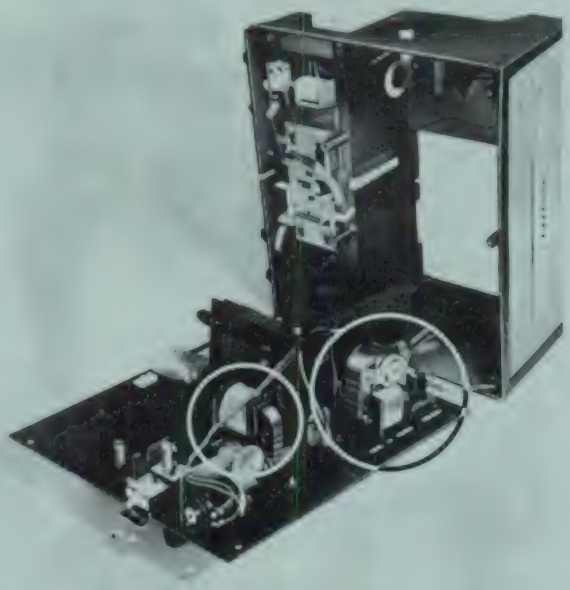
Stock permanente de peças sobresselentes ★ Oficina de reparações
Técnicos e mecânicos especializados ★ Ensino e treino de operadores

Representantes exclusivos para Portugal Continental e Angola

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

RUA CASCAIS, 47 (ALCÂNTARA) ★ **LISBOA**

LISBOA LUANDA



A dona de casa e o técnico apreciam os motores que são silenciosos e têm longa duração

MOTORES

Os motores ITT oferecem uma extensa gama de aplicações : ventoinhas de mesa, termo-ventiladores, secadores de cabelo, fornos a gás ou a óleo, frigoríficos, congeladores, humidificadores, gira-discos, projectores de diapositivos e de filmes, máquinas automáticas de venda, equipamentos de comando de válvulas, equipamentos electrónicos e de medida, etc.

Características :

— Motores assíncronos de rotor em curto-circuito e arranque automático.

— Consumo : 6,5 a 100 W.

— Velocidade pràticamente independente das flutuações de tensão e frequência do sector.

— Elevado binário de arranque. Funcionamento silencioso.

— Chumaceiras de apoio, especiais, de longa duração.

— Adequados a funcionamento em ambientes de temperaturas desde —35°C a +100°C.

VENTILADORES

Os ventiladores ITT são particularmente utilizados em : termo-ventiladores, instalações de aquecimento e condicionamento de ar, aquecedores por convecção de ar, sistemas automáticos, etc.

Características :

— Elevado rendimento, baixo nível de ruído.

— Extensa corrente de ar isenta de turbilhões. Caudais de 12 a 300 litros por segundo.

Para informações adicionais relativas aos nossos motores e ventiladores ou à nossa linha completa de componentes, que se estende desde os micro-módulos às válvulas gigantes de emissão, consulte a :

STANDARD ELÉCTRICA, S.A.R.L.
Avenida da India
LISBOA - 3
Telefone : 638171
Telex : 572 MICROF P

componentes de alta qualidade

ITT Standard

66/9P

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

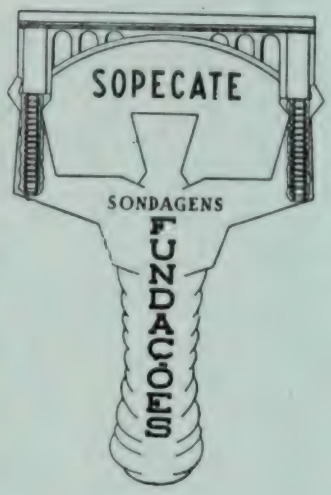
Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS
COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA **Caram**

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1 -TELEF. 47812-50129



SOPECATE

SONDAGENS
FUNDAÇÕES

Escritório — R. DO ARSENAL, 146, 2.º Esq., Dt.º e Fr.te
Estaleiro e Oficina — RUA PEREIRA HENRIQUES, 58

TELEFONES
SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS 34010
SERVIÇOS TÉCNICOS 320208
ESTALEIRO E OFICINAS 381238

LISBOA

GUIA DE ANÁLISE QUÍMICA DAS ÁGUAS

(Potáveis, Minerais e para a Indústria)

POR A. HERCULANO DE CARVALHO
Prof. do I. S. T. e do Instituto de Hidrologia de Lisboa

Preço 90$00

CÁLCULO DE PÓRTICOS

Método de cálculo simples e rápido, entrando em linha de conta com o deslocamento dos nós

por G. Kani

Preço 50$00

Pedidos à «Técnica» *Desconto 10 % aos assinantes*

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. • RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° • TEL. 53 01 56 — LISBOA

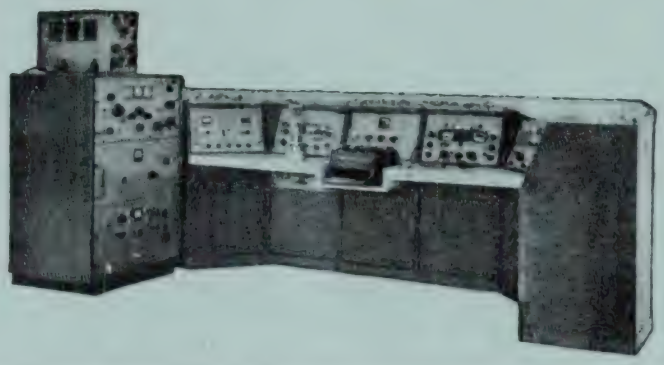
Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 53 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

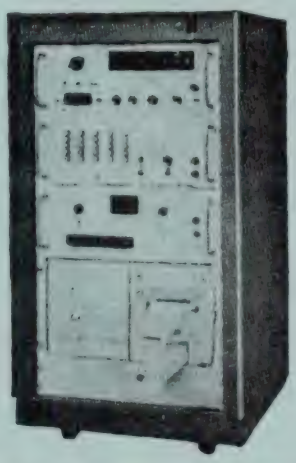
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec



Registador Sanborn

Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

DEMAG EQUIPA TODA A INDUSTRIA

Mobilize grandes forças!

Nos carregamentos, no transporte, no empilhamento, na montagem - em serviço nos depósitos e estaleiros - em toda a parte as gruas móveis «Demag» dão provas do seu grande rendimento e justificam a confiança nelas depositada. As gruas móveis «Demag» são construídas segundo a técnica mais evoluída, sendo uma combinação perfeita do guindaste e do automóvel.

Convença-se por si próprio das possibilidades da grua móvel «Demag». Os nossos especialistas estão ao vosso dispor. Uma assistência exemplar garante a eficiência da vossa máquina.

ROMAR — UM ORGANIZAÇÃO AO SERVIÇO DA INDÚSTRIA

SOCIEDADE COMERCIAL ROMAR, LDA.

LISBOA – TRAVESSA DA GALÉ, Nº 9. TEL. 635670 / 634061 • PORTO – R. DE SÁ DA BANDEIRA, Nº 589/603. TEL. 25871/32205

técnica

NUMERO 364 * JANEIRO DE 1967 * ANO XLII * VOL. XXIX * DIRECTOR: ASSIS FARINHA MARTINS

C. D. U. 536.1

TEMPERATURA, CALOR E ENERGIA INTERNA

por A. SALES LUÍS
Prof. I. S. T.

RESUMO

Mesmo na literatura mais recente é frequente encontrar-se o conceito de calor confundido com o de temperatura e o de energia interna. Considerando-se que a estruturação científica da termodinâmica só se torna possível desde que não se conceda à grandeza calor outros atributos que lhe são atribuidos e/ou impostos pelo primeiro princípio da termodinâmica, faz-se a análise crítica desses conceitos, realçando-se, nomeadamente, a interpretação da célebre experiência de Joule e o significado da determinação do apelidado equivalente mecânico do calor.

SYNOPSIS

Even in up-to-date literature, the concept of heat is usually mistaken for that of temperature and internal energy. But the scientific framework of thermodynamics is only possible when to the heat are not given other properties besides those related with the first principle of thermodynamics. So, a critical analyses of those concepts is undertaken with an emphasis to the interpretation of the famous Joule's experience and the meaning of the determination of the currently called mechanical equivalent of heat.

1) INTRODUÇÃO

Na grande maioria da literatura relativa à Termodinâmica, o calor ocupa indevidamente um lugar preponderante, o que se nos afigura ser de preferência imposto pela tradição e não por razões de ordem científica. Na introdução da nossa dissertação ([1]), salientámos que «a edificação científica da termodinâmica só se torna possível desde que haja coragem de romper com a tradição, não conferindo à grandeza calor outros atributos para além daqueles que lhe são reconhecidos e impostos pelo primeiro princípio da termodinâmica».

Afigura-se-nos ser tripla a confusão reinante nessa literatura, pela suposta identificação do calor com a temperatura, ou com a energia interna ou com a entropia. A própria terminologia, imposta pela tradição, contribui para essa confusão; assim, apelida-se calor específico a volume constante:

$$Cv = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

a taxa de variação da energia interna em ordem à temperatura, numa transformação considerada a volume constante.

Neste artigo, de natureza assás elementar, tentámos salientar tais diferenças ao nível do primeiro princípio da termodinâmica; no artigo seguinte, atitude similar é tomada ao nível do segundo princípio da termodinâmica. Muito embora não haja «ideias» novas introduzidas, há uma tentativa de «arrumação de ideias», o que se nos afigura fundamental para o adequado desenvolvimento da termodinâmica.

([1]) Sales Luís — «A Expressão Relativista do Segundo Princípio da Termodinâmica» (Tese) — 1965.

2) TEMPERATURA

Coloquemos um corpo exposto à incidência dos raios solares. Na grande maioria dos livros elementares de física, comenta-se o fenómeno nos seguintes termos: «esse corpo aquece porque recebe calor do Sol». Em relação a esta afirmação, são pertinentes as duas observações seguintes:

— A experiência revela que a temperatura do corpo aumenta; o termo «aquecimento», usado na linguagem corrente, significa na linguagem científica, aumento da temperatura tal como o termo «arrefecimento» significa diminuição da temperatura.

— O Sol emite radiações electromagnéticas. Como se sabe estas radiações têm um carácter dual: ondulatório e corpuscular. No aspecto ondulatório, a energia electromagnética é transportada pelo apelidado Vector de Poynting; no aspecto corpuscular, a energia electromagnética é transportada pelos próprios fotões, partículas constituintes das radiações electromagnéticas. Em qualquer dos casos, o aumento de temperatura resulta da interacção da energia electromagnética, que incide sobre esse corpo, com as partículas constituintes desse corpo. De acordo com os actuais conhecimentos científicos, não há «calor» transportado pelas radiações solares.

No estado actual da termodinâmica, a temperatura é uma propriedade dos sistemas que permite definir o seu estado térmico, isto é, que permite esclarecer se um dado sistema está ou não em equilíbrio térmico com outro sistema qualquer. De acordo com a sugestão de Fowler, pode enunciar-se o apelidado *princípio zero da termodinâmica* nos seguintes termos: «Existe uma propriedade, apelidada temperatura. A igualdade de temperatura é uma condição de equilíbrio térmico entre dois sistemas ou entre duas porções de um dado sistema».

Embora com um certo carácter arbitrário, a temperatura de um sistema, num dado estado de equilíbrio, é medida pela indicação instantânea de um termómetro. Como se sabe, essa medida depende realmente da natureza da substância termométrica; no entanto, o segundo princípio da termodinâmica permite definir a temperatura de uma forma completamente independente da natureza da substância termométrica.

3) CALÓRICO E CALOR COMO FORMA DE ENERGIA

Na interpretação dos fenómenos térmicos, os físicos, no final do século XVIII, consideraram pertinente admitir a existência de um fluido, apelidado calórico, o qual permitia a explicação dos fenómenos térmicos então conhecidos. Esses fenómenos constituem, por assim dizer, os fenómenos inerentes à apelidada calorimetria. Em tais domínios, os fenómenos são adequadamente explicados em termos desse fluido, calórico; quando se colocam em contacto dois sistemas a temperaturas diferentes, o sistema a maior temperatura cede calórico ao outro sistema até que se atinja o equilíbrio térmico. A quantidade de calórico cedido por um sistema é igual à quantidade de calórico recebida pelo outro sistema: há conservação do calórico. A diferença entre temperatura e calórico pode fàcilmente ser visualizada com base na seguinte comparação: a água está ao mesmo nível em dois ramos diferentes de um sistema de vasos comunicantes, muito embora a quantidade da água contida num ramo seja diferente da contida no outro ramo; a correspondência é a seguinte:

— quantidade de água contida no ramo → quantidade de calórico no sistema

— nível → temperatura

As conhecidas experiências de Rumford e de Joule permitiram evidenciar que, fora do âmbito desses fenómenos, o conceito de calórico era inadmissível pois conduzia a consequências que não estão de acordo com os factos experimentais. Saliente-se, no entanto, que — se os fenómenos considerados forem exclusivamente os do domínio da calorimetria — podemos, ainda hoje, interpretá-los na base da existência do calórico [1].

No entanto, fora desses domínios, o conceito de calórico é inadmissível pois não conduz a uma

[1] Do mesmo modo que os fenómenos electromagnéticos macroscópicos (teoria de Maxwell) podem ser interpretados na base da existência de um fluido eléctrico.

interpretação adequada dos fenómenos térmicos; nomeadamente as consequências dela resultantes não estão de acordo com os factos experimentais.

Com a experiência de Joule, aceitou-se que os fenómenos térmicos eram adequadamente interpretados se se admitisse, como induzido dos factos experimentais, o princípio seguinte ([1]), dito princípio da equivalência: «Quando, após uma série de transformações, um sistema material retorna ao estado inicial, quando, além disso, as transformações são tais que o sistema só entra em interacção com o meio exterior por meio de trocas de trabalho e de calor, então:

a) Se o sistema forneceu calor, recebeu trabalho.
b) Se o sistema recebeu calor, forneceu trabalho.
c) Existe uma relação constante entre o trabalho τ das forças exteriores e a quantidade de calor posta em jogo.

Esta relação J é o equivalente mecânico do calor».

Como se sabe, deste princípio resulta que as grandezas trabalho e calor podem exprimir-se nas mesmas unidades. Nessas condições, o princípio da equivalência traduz-se pela equação:

$$\tau = -\Delta Q \qquad (1)$$

o que, por analogia com a relação entre o trabalho das forças conservativas e a diminuição de energia potencial:

$$\tau = -\Delta\omega_p \qquad (1a)$$

sugere definir a quantidade (ΔQ) como a variação de uma forma de energia que se apelidou energia calorífica, energia térmica, ou simplesmente calor. Na interpretação dos fenómenos térmicos envolvidos em transformações em que o sistema retorna ao estado inicial, este conceito é perfeitamente compatível com os dados experimentais; em tais domínios, pode considerar-se o calor como uma energia, ([2]) como uma propriedade dos sistemas.

([1]) Jean Becquerel «Thermodynamique», pg. 62, (Librairie Scientifique J. Hermann — Paris, 1924).

([2]) — Saliente-se, no entanto, que tal interpretação já impõe que as forças sejam conservativas.

4) GENERALIZAÇÃO: OS SISTEMAS NÃO RETORNAM AO ESTADO INICIAL

Seja, então, um sistema material que se submete a uma série de transformações, de acordo com as condições impostas no princípio da equivalência, anteriormente enunciado. Consideremos um troço elementar do ciclo descrito e seja $d\tau$ e dQ, respectivamente, o trabalho elementar e a quantidade elementar de calor, postos em jogo, na interacção do sistema com o exterior, nessa transformação elementar:

$$d\tau + dQ$$

No ciclo descrito, a totalidade de trabalho e calor postos em jogo é igual à soma das quantidades correspondentes a cada um dos troços elementares, isto é:

$$\tau + \Delta Q = \oint d\tau + dQ \qquad (2)$$

Mas, de acordo com a equação (1) é:

$$\tau + \Delta Q = 0$$

pelo que:

$$\oint d\tau + dQ = 0$$

Como se sabe, sempre que um integral cíclico é nulo, a integranda é uma diferencial exacta; quer dizer, existe uma função U das variáveis independentes tal que a sua diferencial total é igual a essa expressão diferencial:

$$dU = d\tau + dQ \qquad (4)$$

A generalização do princípio da equivalência às transformações tais que o sistema não retorna ao estado inicial, impõe a introdução de uma nova propriedade, de uma nova função de estado U, que se apelida energia interna do sistema.

Como se sabe, no caso de sistemas definidos por duas variáveis independentes (v, T) tais que as únicas forças actuantes se reduzem a forças de pressão actuando perpendicularmente à fronteira do sistema, a expressão do trabalho é:

$$d\tau = -p\, dV \qquad (5)$$

e a da quantidade de calor é:

$$dQ = C_v\, dT + l\, dV \qquad (5a)$$

em que C_v e l representam, respectivamente, o calor específico a volume constante e o calor latente de dilatação. Substituindo (5) e (5a) em (4), obtém-se:

$$dU = Cv\ dT + (l - p)\ dV \qquad (6)$$

Atendendo a que a condição necessária e suficiente, para que uma expressão diferencial seja uma diferencial exacta, é que as derivadas cuzadas sejam iguais, resulta de (6) a condição:

$$\left(\frac{\partial\ Cv}{\partial\ V}\right)_T = \left(\frac{\partial\ (l - p)}{\partial\ T}\right)_V \qquad (7)$$

o que, atendendo a (5a), evidencia que dQ não pode ser uma diferencial exacta.

Qual o significado físico desta afirmação? No aspecto matemático significa que *não existe uma função Q das variáveis independentes do sistema.* Então, como qualquer propriedade do sistema tem valores bem definidos para cada um dos estados de equilíbrio do sistema e, consequentemente, é uma função das variáveis independentes do sistema, dizer que dQ não é uma diferencial exacta significa que *Q não é uma propriedade do sistema, não é uma função de estado.* Por outro lado, como a energia é, por própria definição, uma função de estado, resulta que *Q não pode ser uma energia.*

Quer dizer, na interpretação dos fenómenos térmicos que ocorrem em transformações não-cíclicas, torna-se inaceitável considerar o calor como uma propriedade dos sistemas, como uma função de estado, como uma energia. O calor é apenas uma grandeza que intervém na interacção do sistema com o exterior, através da fronteira do sistema. Assim, no caso de um sistema definido por 2 variáveis independentes (V, T) transitar [1] do estado de equilíbrio A (V, T) para o estado A + dA (V + dV, T + dT), a quantidade elementar de calor posta em jogo vale:

$$dQ = C_v\ dT + l\ dV$$

Essa quantidade não é definida nem no estado A nem no estado A + dA; apenas intervém quando o sistema evolui de um para o outro estado em consequência da interacção do sistema com o exterior. Por isso não há variação de calor mas calor posto em jogo; por isso, não se deve, em relação a uma transformação finita, escrever ΔQ mas simplesmente Q (calor posto em jogo).

De acordo com o estado actual da termodinâmica, considera-se que os factos experimentais são adequadamente interpretados, admitindo-se o seguinte princípio, apelidado primeiro princípio da termodinâmica: «Existe uma função de estado, apelidada energia interna. Numa transformação elementar, em que a interacção com o exterior se reduz a trocas de trabalho e de calor, através da fronteira do sistema, a variação elementar da energia interna é igual à soma algébrica do trabalho elementar e do calor elementar postos em jogo nessa transformação elementar:

$$dU = d\tau + dQ» \qquad (8)$$

Como se sabe, qualquer sistema material é constituído por átomos e moléculas os quais estão em movimento e entre os quais se exercem forças de interacção. Deste modo, o sistema material possui energia potencial e energia cinética (microscópicas); a sua totalidade corresponde, a menos de uma constante adicional [1], à energia interna do sistema.

5) INTERPRETAÇÃO DA EXPERIÊNCIA DE JOULE

Nos livros elementares de física, a célebre experiência de Joule é descrita e comentada em termos que a seguir tentaremos reproduzir [2]. O aparelho é, por exemplo, constituído por um conjunto de pás, montadas sobre um eixo; esse eixo é posto em rotação por um conjunto de pesos e, desse modo, as pás são forçadas a rodar imersas num líquido (por exemplo, água). Comenta-se: «Os pesos realizam trabalho mecânico e este trabalho é convertido em calor pelo atrito no líquido. Como o líquido está imerso num calorímetro, a quantidade de calor gerada pode ser calculada a partir do aumento resultante da temperatura de tal modo que pode ser determinado o equivalente calorífico do trabalho mecânico realizado pelos pesos».

Saliente-se a afirmação: «o trabalho é conver-

(1) Transformação reversível.

(1) Esta constante adicional só intervém se houver transformação de matéria em energia e vice-versa, o que é estranho à termodinâmica clássica.

(2) Ver, por exemplo, R. Kronig, «Texthook of Phisics», pg. 63 (Pergamon Press).

tido em calor» e repare-se que não há qualquer fundamento experimental para essa afirmação. As pás rodam no líquido e a experiência revela apenas que há aumento da temperatura do líquido. Como veremos no artigo seguinte, esse aumento de temperatura resulta da produção de entropia; no entanto, esta afirmação não é directamente induzida da experiência mas é consequência do segundo princípio da termodinâmica. De acordo com o primeiro princípio da termodinâmica (equação 8):

$$dU = d\tau + dQ \qquad (8)$$

resulta que, estando o calorímetro isolado do exterior, é:

$$dQ = 0$$

e, portanto:

$$dU = d\tau$$

ou

$$\Delta U = \tau \qquad (9)$$

Quer dizer, de acordo com o primeiro princípio da termodinâmica, o trabalho mecânico realizado pelos pesos é fornecido ao líquido e provoca aumento da sua energia interna. Esse aumento da energia interna é acompanhado pelo aumento da temperatura do líquido. Os comentários apresentados tornam evidente a confusão que reina entre calor e energia interna; na verdade, o trabalho não é convertido em calor mas provoca o aumento da energia interna do sistema. Saliente-se, por outro lado, que a experiência descrita não está nas condições impostas pelo princípio da equivalência pois o sistema não retorna ao estado inicial.

Consideremos, no entanto, uma experiência complementar da anteriormente descrita, em que, utilizando o mesmo calorímetro, se provoca a passagem do líquido do estado inicial *i* ao estado final, ambos de equilíbrio e idênticos aos considerados na experiência anterior, mas de modo que haja apenas «calor» fornecido ao sistema ($\tau = 0$). Neste caso, a equação (8) escreve-se:

$$\Delta U = Q \qquad (10)$$

Então, como a variação de energia interna é a mesma nas duas experiências realizadas, resulta de (9) e (10) que:

$$\tau = Q \qquad (11)$$

Saliente-se, portanto, que o trabalho não é convertido em calor. A experiência revela apenas que é equivalente o trabalho τ e o calor Q, postos em jogo em duas experiências diferentes, na medida em que, separadamente, conduzem ao mesmo valor da variação de energia interna; numa experiência só há trabalho realizado e na outra só há calor fornecido.

Como salienta Planck, [1] o primeiro princípio não especifica apenas que a variação da energia interna é igual à soma algébrica do trabalho e do calor postos em jogo na transformação; especifica também que essa soma algébrica (isto é, a variação da energia interna) é independente do modo como se processaram as transformações que conduzem o sistema do estado inicial ao estado final. É nesse sentido, que se pode falar no equivalente mecânico das acções exteriores. Por outro lado, a elevação da temperatura de um líquido pode efectuar-se de 2 modos distintos: ou fornecendo-lhe directamente calor ou por atrito, como na célebre experiência de Joule. É esse facto que permitiu a Joule calcular o equivalente mecânico do calor.

6) CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos outros exemplos podiam ser citados no sentido de evidenciar que, ainda hoje, reina grande confusão entre calor e temperatura e entre calor e energia interna. É frequente encontrar, na literatura relativa à teoria cinética dos gases, que o calor corresponde à energia cinética das moléculas. Há, nesta frase, uma dupla confusão: por um lado, é a temperatura que fornece uma medida indirecta da energia cinética média das moléculas; por outro lado, essa energia cinética é uma parte da energia interna do sistema.

As considerações anteriores são relativamente elementares e resultam naturalmente do primeiro princípio da termodinâmica. No entanto, afiguram-se-nos fundamentais para uma adequada estruturação científica da termodinâmica e desempenharam papel preponderante na formulação relativista do segundo princípio proposta na nossa dissertação.

---

[1] Max Planck, «Leçons de Thermodynamique» (tradução, Librairie Scientifique A. Hermann — Paris, 1913), pg. 292.

II SEMANA DE ENGENHARIA QUÍMICO-INDUSTRIAL

Está em adiantada preparação a II Semana de Engenharia Químico-Industrial que, como noticiámos, se realizará no Instituto Superior Técnico, entre 10 e 21 de Abril próximo.

A exposição estará dividida em quatro partes:

— *Parte industrial* — que terá lugar no átrio do I.S.T.
— *Parte documental* — contando com a colaboração de vários organismos oficiais e a realizar na galeria sobre o átrio do I.S.T.
— *Parte bibliográfica* — com a participação de várias livrarias técnicas e dos grupos de estudo de algumas empresas
— *Equipamento de laboratório* — a realizar no salão nobre.

Além de sessões de filmes técnicos e de visitas de estudo, está planeada uma série de conferências sobre vários assuntos relacionados com a Engenharia Química. Destacamos:

Dia 10, às 10 horas — «Relações entre a Escola e a Indústria», pelo Sr. Eng.º José Mercier Marques, Bastonário da Ordem dos Engenheiros.

Dia 11, às 10 horas — «A investigação e o desenvolvimento da Indústria Química em Portugal», pelo Sr. Prof. Dr. Alberto Ralha, Director do Laboratório da Polícia Científica.

Dia 14, às 10 horas — «Problemas de Corrosão — Protecção de Materiais», pelo Sr. Eng.º Sidónio Geada, Director do Núcleo de Electroquímica e Corrosão do I.N.I.I.

Dia 15, às 10 horas — «Aplicação de Computadores na Indústria Química», por um técnico francês da I.B.M.

Dia 17, às 15 horas — «Termodinâmica Química», pelo Sr. Prof. Eng.º Sales Luís.

Dia 21, às 18 horas — «Panorama actual da Indústria Química Portuguesa», pelo Sr. Eng.º Carlos Alves, Presidente da A.I.P.

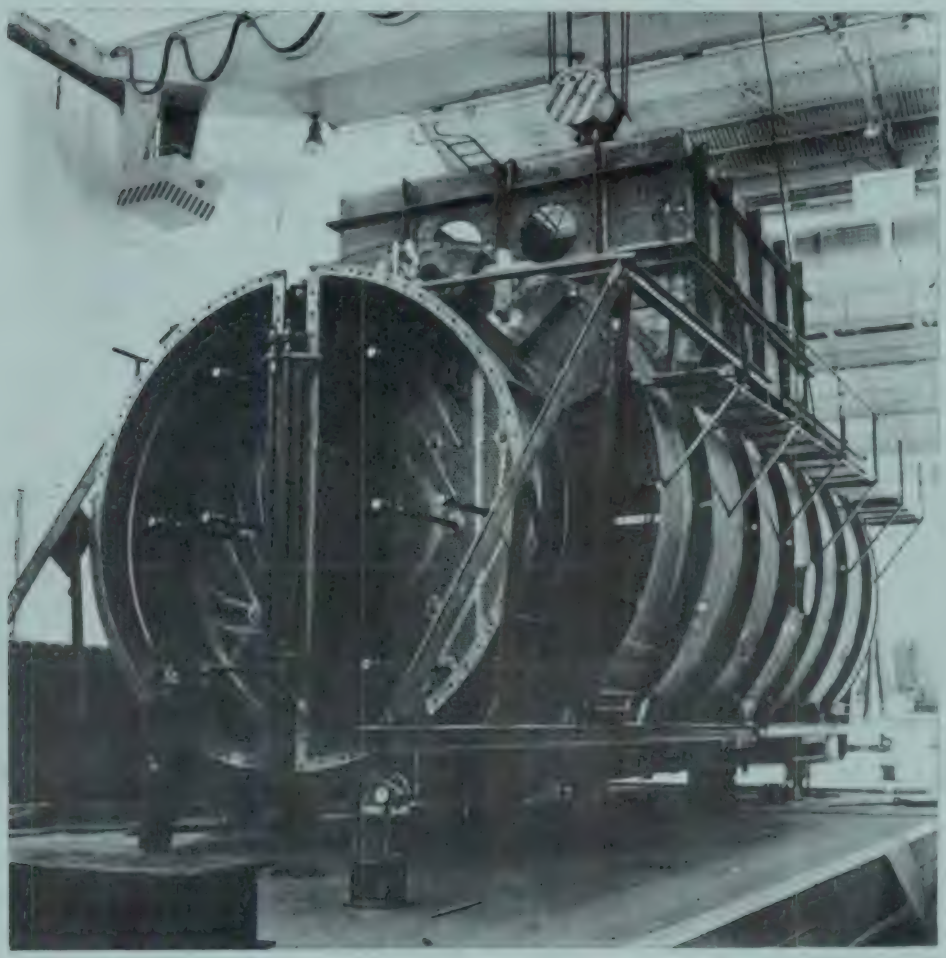
Realizar-se-ão ainda mais três palestras, cuja efectivação carece ainda de confirmação.

Nos dias 12 e 19, à tarde, realizar-se-ão dois colóquios que versarão os seguintes temas: «Estruturação do Curso de Engenharia Químico-Industrial» e «O problema dos estágios no Curso de Engenharia Químico-Industrial».

No dia 21, após a sessão de encerramento, realizar-se-á um jantar de confraternização entre antigos e actuais alunos, e professores e assistentes do I.S.T.

O programa definitivo será em breve tornado público.

MAGUE



"CONDENSADOR DE SUPERFÍCIE (7.300 m) PARA ÁGUA SALGADA, DO TURBOGRUPO I DA CENTRAL DE CARREGADO.
PESO TOTAL (c tubos de refrigeração) = cerca de 180 t
COMPRIMENTO = cerca de 14.2 metros
LARGURA = cerca de 5.5 metros
ALTURA = cerca de 7.2 metros
. (fabricado sob licença BROWN BOVERI CIE)"

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS	*Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS	*Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*
TURBINAS A VAPOR	*Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*
CALDEIRAS A VAPOR	*Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*
EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS	

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

Para os motores mais aperfeiçoados, o mais aperfeiçoado dos lubrificantes.

PERKINS APROVA BP VANELLUS

Os novos motores Perkins foram projectados para o dia de hoje; — com flexibilidade; para satisfazer a dupla exigência de altas velocidades nas auto-estradas e contínuas paragens e arranques no intenso trânsito citadino. Em quaisquer condições eles aliam a eficiência à economia. Como o mesmo sucede com BP Vanellus, a Perkins aprovou-o para todos os seus motores. BP Vanellus conserva os motores mais limpos, livres de depósitos nocivos e de "sludge" Permite aumentar os períodos entre mudancas de óleo. A imediata aprovacão do BP Vanellus pela Perkins é sinal evidente do seu maior avanco como lubrificantes de veículos comerciais. Os proprietários de frotas, para maior rentabilidade do negócio, precisam de BP Vanellus para os seus motores (diesel e gasolina).

O ÓLEO MAIS AVANÇADO PARA FROTAS COMERCIAIS

VANELLUS

C. D. U. 621.374.3

CIRCUITOS LÓGICOS DE RESISTÊNCIAS—TRANSISTOR DIMENSIONAMENTO (*)

por LUÍS VICENTE
Engenheiro Especialista
do Laboratório Nacional
de Engenharia Civil

SUMÁRIO

No presente artigo expõe-se um método fácil de dimensionamento de circuitos lógicos de resistências-transistor. Tomam-se em consideração as tolerâncias dos componentes e das tensões de alimentação. Definem-se e determinam-se os factores de entrada e saída necessários para posteriores projectos de sistemas lógicos.

SYNOPSIS

In this paper, a straightforward design procedure of RTL circuits is explained. Resistor, transistor and bias voltage tolerances are taken into account. Fan in and fan out factors are computed.

1 — CIRCUITOS LÓGICOS DE RESISTÊNCIAS TRANSISTOR

Salvo o inconveniente do tempo de propagação, que limita a sua aplicação a sistemas lentos, o circuito lógico de resistências-transistor conduz em geral a grande economia de componentes, em relação a outras soluções. Não será neste artigo, analisado o regime transitório do sistema, mas considerar-se-ão apenas as condições mínimas de garantia dos estados de saturação e corte.

O circuito básico (fig. 1) forma um bloco lógico de M entradas e uma saída.

O transistor funciona na região de saturação, na região de corte, ou transita muito ràpidamente de uma para outra através da região activa. Em geral é desprezável a potência média dissipada na junção colector-base, pois nesta junção a corrente ou a tensão têm valores muito baixos, podendo tomar-se para temperatura de junção o valor da temperatura ambiente. A energia é então pràticamente toda dissipada nas resistências R_C, R_M e R_{TM}. do circuito.

Pressupõe-se que cada uma das M entradas se encontram ligadas a saídas de circuitos semelhantes, de modo que o estado de cada transistor fique determinado pela combinação dos estados daqueles que imediatamente o antecedem. Assim, o estado de saturação dum transistor verifica-se quando algum dos transistores ligados à entrada se encontra no estado de corte. Por outro lado o corte dum transistor resulta do facto de todos os transistores de entrada se encontrarem saturados.

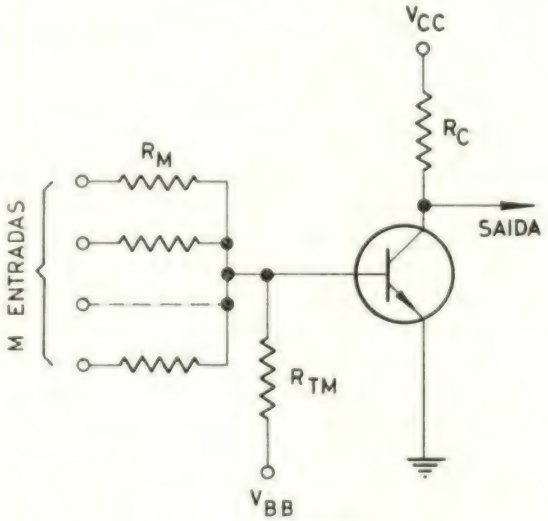


Fig. 1 — Circuito básico

Associando a estes estados 2 valores lógicos, por exemplo:

Corte — 1

Saturação — 0

tem-se:

$$S = \overline{E_1 + E_2 + \ldots + E_M}$$

(*) Estes circuitos pertencem à classe NEM. As suas possibilidades sob o ponto de vista lógico foram descritas, duma forma geral, na «Técnica» n.º 347, páginas 479 a 482.

em que S representa o estado de saída e E_1, E_2, ... E_M os estados de entrada [1].

Pela 2.ª lei de De Morgan obtém-se ainda:

$$S = \bar{E}_1 . \bar{E}_2 \ldots \bar{E}_M$$

isto é, a conjunção das negações. É nesta relação que se fundamenta a designação de blocos NEM atribuída a estes circuitos (Fig. 2).

Poder-se-ia ter convencionado:

Corte — 0
Saturação — 1

pelo que viria:

$S = \overline{E_1 E_2 \ldots E_M}$ ou

$S = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \ldots + \bar{E}$ (1.ª lei de De Morgan)

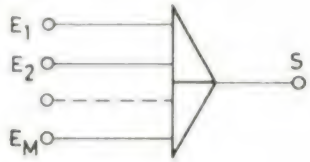


Fig. 2 — Bloco NEM

No entanto a 1.ª convenção é a correntemente utilizada.

2 — PARÂMETROS, TOLERÂNCIAS E SIMBOLOGIA

No que respeita a transistores de comutação, os fabricantes, em geral, especificam o ponto de funcionamento no estado de saturação, definido pelas correntes de colector Ic e de base I_B. Para este ponto são dados:

V_{BE} — Tensão base-emissor máxima
V_{CEM} — Tensão colector-emissor máxima
V_{CEN} — Tensão colector-emissor mínima

No caso do valor do último parâmetro não ser fornecido convirá considerar-se:

$$V_{CEN} = 0$$

Estes valores são característicos de cada tipo de transistor e constituem limites de dispersão (Fig. 3 e 4).

[1] O traço representa negação e o sinal + disjunção inclusiva (V. «Técnica» n.º 347, pág. 479-482).

Quanto à corrente de fuga colector-base, costuma fornecer-se a lei de variação (exponencial) com a temperatura de junção e o seu valor máximo para uma dada temperatura (em geral 25°C). Fixado o valor da temperatura ambiente máxima, é fácil determinar o máximo valor da corrente de fuga, que designaremos para I_{COM}.

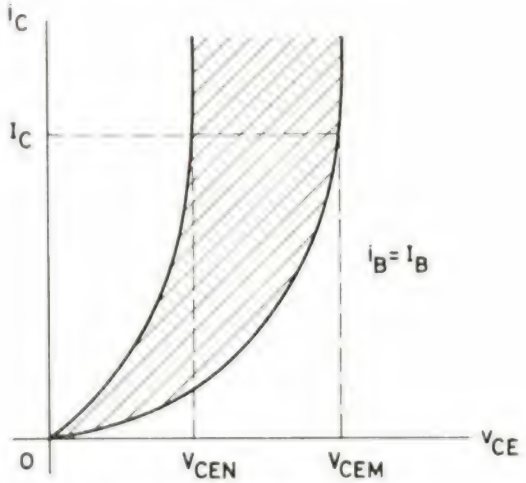


Fig. 3 — Tensão colector emissor

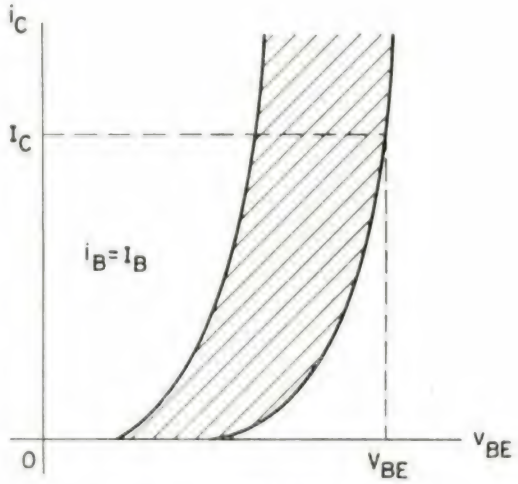


Fig. 4 — Tensão base-emissor

Cada equação que a seguir vamos estabelecer corresponde a uma condição necessária de funcionamento. Nela entrarão os parâmetros com os valores mais desfavoráveis a essa condição.

No caso das resistências, há que considerar a sua tolerância. Se R_N é o valor nominal duma resistência, o valor efectivo R_e estará compreendido no intervalo:

$$R_N (1 - \gamma), R_N (1 + \gamma)$$

Se o valor nominal duma resistência é fixado «à priori», entrará na equação o limite deste intervalo mais desfavorável à condição de funcionamento:

$$R_N\ (1-\gamma) \text{ ou } R_N\ (1+\gamma)$$

Se R é um valor calculado, o valor nominal escolhido R_N pertencerá ao intervalo:

$$R\ (1-\gamma),\ R\ (1+\gamma)$$

pois o espaçamento dos valores nominais em cada série de resistências é aproximadamente igual ao dobro da tolerância dessa série.

Como o valor efectivo R_e existe, em relação ao valor nominal R_N, no intervalo:

$$R_N\ (1-\gamma),\ R_N\ (1+\gamma)$$

ele existirá, em relação ao valor calculado R, no intervalo:

$$R\ (1-\gamma)^2,\ R\ (1+\gamma)^2$$

ou, atendendo a que em geral $\gamma << 1$:

$$R\ (1-2\gamma),\ R\ (1+2\gamma)$$

Apresentamos a seguir uma lista dos símbolos adoptados, com indicação do sinal das correntes e das tensões correspondentes ao caso NPN. Quando se utilizam transistores PNP todos os valores mudam de sinal.

I_B (+) — Corrente de base-saturação
I_C (+) — Corrente de colector-saturação
I_{COM} (+) — Corrente máxima de fuga de colector-base
I_M (+) — Corrente mínima por entrada-saturação
I_O (+) — Corrente mínima de saída-bloqueio
V_{BB} (—) — Tensão de alimentação
V_{BBM} (—) — Valor máximo de V_{BB} | V_{BBM} | | < | V_{BB} |
V_{BNN} (—) — Valor mínimo de V_{BB}. | V_{BBN} | | < | V_{BB} |
V_{EB} (+) — Tensão emissor base-bloqueio
V_{BE} (+) — Tensão máxima base-emissor-saturação
V_{CC} (+) — Tensão de alimentação
V_{CCM} (+) — Valor máximo de V_{CC}. | V_{CCM} | | > | V_{CC} |
V_{CCN} (+) — Valor mínimo de V_{CC}. | V_{CCN} | | < | V_{CC} |
V_{CE} (+) — Tensão colector-emissor-bloqueio
V_{CEM} (+) — Tensão máxima colector-emissor-saturação
V_{CEN} (+) — Tensão mínima colector-emissor-saturação
R_C Resistência de carga de colector
R_M — Resistência de entrada
R_{TM} — Resistência de polarização de base
γ — Tolerância das resistências
M — Número de entradas
F_M — Factor de entrada
F_O — Factor de saída

A, B, I (+) — Parâmetros auxiliares.

3 — CONDIÇÕES DE FUNCIONAMENTO

a) *Condição de saturação*

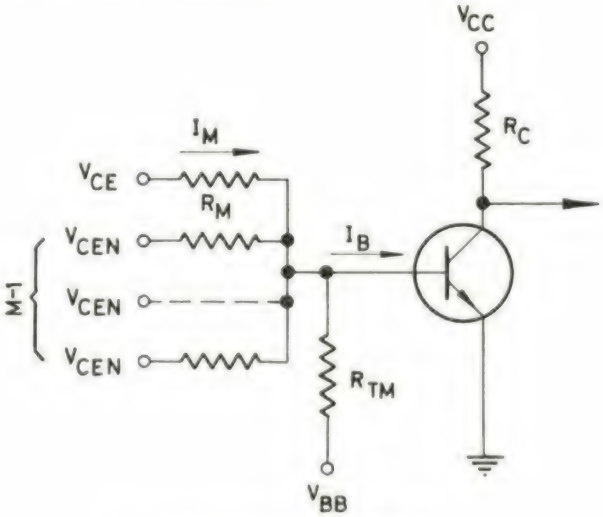


Fig. 5 — Condição de saturação

A condição de corte de um só transistor dos M antecedentes deve ser suficiente para impor ao transistor em causa a condição de saturação, mesmo que os outros M — 1 transistores se encontrem saturados. A corrente mínima suficiente para a saturação é dada por:

$$I_M = I_B + \frac{V_{BE} - V_{BBM}}{(1-2\gamma)\ R_{TM}} + \frac{V_{BE} - V_{CEN}}{(1-2\gamma)\ R_M}\ (M-1)$$

O valor de R_M deve garantir I_M através da equação:

$$\boxed{R_M = \frac{V_{CE} - V_{BE}}{(1+2\gamma)\ I_M}} \qquad (1)$$

b) *Condição de corte*

Um transistor deve cortar quando todos os antecedentes saturam. Nestas condições a tensão emissor-base deve exceder um dado valor V_{EB}:

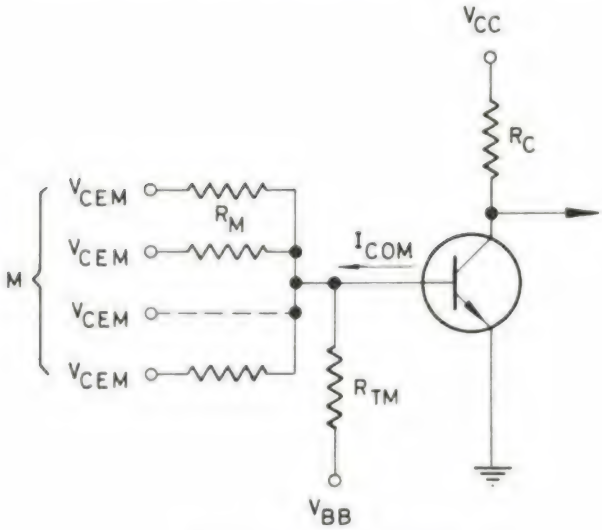


Fig. 6 — Condição de corte

$$\frac{V_{CEM} + V_{EB}}{(1-2\gamma)\,R_M}\,M + I_{COM} = -\frac{V_{EB} + V_{BBN}}{(1+2\gamma)\,R_{TM}}$$

donde se tira:

$$R_{TM} = -\frac{V_{EB} + V_{BBN}}{\dfrac{V_{CEM} + V_{EB}}{(1-2\gamma)\,R_M}\,M + I_{COM}\,(1+2\gamma)} \qquad (2)$$

V_{EB} arbitra-se em geral com um valor positivo (transistores NPN): 20 % de V_{BB}, por exemplo. O aumento de V_{EB} contribue para uma redução do tempo de armazenamento, embora com sacrifício do valor de M_{max}.

c) *Factor de entrada*

Eliminando R_M e R_{TM} nas equações anteriores, obtém-se:

$$I_M = \frac{I}{A - BM} \qquad (3)$$

sendo:

$$I = I_B - \frac{(V_{BE} - V_{BBN})\,(1+2\gamma)}{(V_{EB} + V_{BBN})\,(1-2\gamma)}\,I_{COM} \qquad (4)$$

$$A = I_B - \frac{(V_{BE} - V_{CEN})\,(1+2\gamma)}{(V_{CE} + V_{BE})\,(1-2\gamma)} \qquad (5)$$

$$B = A - 1 - \frac{(V_{BE} - V_{BBM})(V_{CEM} + V_{EB})(1+2\gamma)^2}{(V_{EB} + V_{BBN})\,(V_{CE} - V_{BE})(1-2\gamma)^2} \qquad (6)$$

Verifica-se que I_M é tanto menor quanto menor for M. Para $M = 1$, tem-se

$$I_M = I_1 = \frac{I}{A - B}$$

Factor de entrada para um dado número de entradas M é definido pela relação:

$$F_M = \frac{I_M}{I_1} = \frac{A - B}{A - MB} \qquad (7)$$

Para $M = 1$, vem, necessàriamente, $F_1 = 1$

d) *Factor de saída*

Se fixarmos o valor de V_{CE}, a corrente mínima de saída I_O e, nessas condições:

$$I_O = \frac{V_{CCN} - V_{CE}}{R_C\,(1+\gamma)} - I_{COM}$$

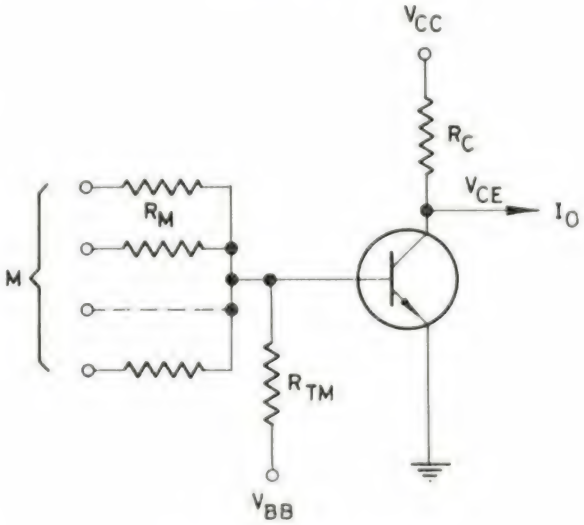


Fig. 7 — Transistor cortado

O novo Nível automático de engenheiro

WILD NAK 2

com círculo horizontal

WILD
HEERBRUGG

Para nivelamentos de média e grande precisão; com micrómetro de lâmina de faces plano-paralelas para nivelamentos de grande precisão.

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo: ± 1,5 mm

Erro médio para 1 Km de nivelamento duplo com micrómetro: ± 0,4 mm

Luneta de 30 × de aumento com imagem direita de observação

Solicitem catálogo ou demonstração aos representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA - 2 — TELEFONE 68 11 27

ESTAMPARIAS TINTURARIAS LAVANDARIAS

PARA OS VOSSOS TECIDOS TÉCNICOS:
TRANSPORTADORES, MANCHONS, LAPPING, WOLFRIES,
FLANELAS, CANEVAS, ETC.,

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

CONSULTEM:

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEFS.: 52093-52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESIRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

Sendo R_C um valor normalizado que se determina por:

$$\boxed{R_C \simeq \frac{V_{CC}}{I_C}}$$

Fàcilmente se verifica que a potência máxima é fornecida à carga quando:

$$V_{CE} = \frac{V_{CCN} - R_C\ (1+\gamma)\ I_{COM}}{2}$$

e como, em geral, $R_C\ (1+\gamma)\ I_{COM} << V_{CCN}$, fixa-se:

$$\boxed{V_{CE} = \frac{V_{CCN}}{2}} \qquad (9)$$

Então:

$$I_O = \frac{V_{CE}}{R_C\ (1+\gamma)}$$

O factor de saída será, por definição:

$$\boxed{F_O = \frac{I_O}{I_I} = \frac{(A\text{-}B)\ V_{CE}}{R_C\ (1+\gamma)\ I}} \qquad (10)$$

e) *Acoplamento de blocos*

No acoplamento de blocos deve observar-se sempre a condição:

$$F_O \geqslant \sum_M n_M\ F_M$$

sendo n_M o número total de entradas de circuitos de M entradas. Por outras palavras: a soma dos factores de entrada relativos a todas as entradas que ligam a uma saída deve ser igual ou menor que o factor de saída (Fig. 8):

$$F_O \geqslant F_2 + 2\ F_3 + F_4$$

Por outro lado vimos que o factor de entrada aumenta com M:

$$F_M = \frac{A - B}{A - M\ B}$$

O seu valor máximo não pode exceder F_O, pois na hipótese mais favorável duma saída alimentar uma única entrada, se tem:

$$F_O \geqslant F_M$$

ou seja

$$\frac{(A-B)\ V_{CE}}{R_C\ (1+\gamma)\ I} \geqslant \frac{A-B}{A-MB}$$

donde se conclui que:

$$\boxed{M_{max} \leqslant \frac{A}{B} - \frac{R_C(1+\gamma)\ I}{B\ V_{CE}}} \qquad (11)$$

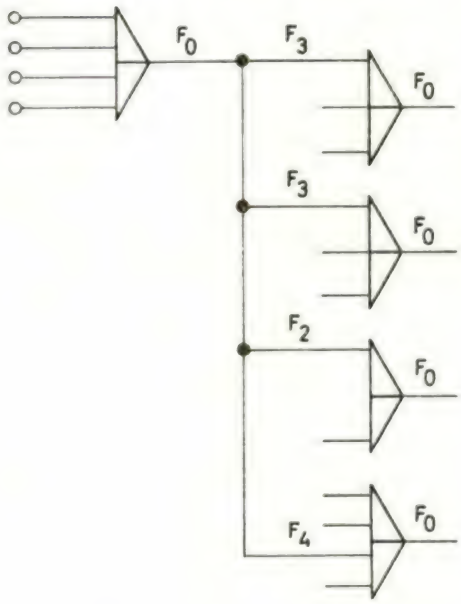


Fig. 8 — Ligação de blocos

4 — DIMENSIONAMENTO. EXEMPLO

O número de circuitos necessários para a realização de um dado sistema lógico diminui quando F_O aumenta. Fàcilmente se verifica que, para um dado tipo de transistor, F_O é tanto maior quanto maiores forem $|V_{CC}|$, $|V_{BB}|$ e $\frac{I_C}{I_B}$. Caso não haja outros condicionalismos devem sempre utilizar-se as tensões de alimentação máximas compatíveis com os limites de segurança dos transistores.

Os transistores de germânio conduzem em geral a maiores factores de saída do que os de silício, por serem menores os valores de V_{BE} e V_{CEM}. Vamos aplicar as equações estabelecidas ao dimensionamento duma família de circuitos NEM, utilizando o transistor PNP, de germânio, ASY32 (Philips).

a) *Dados*

Transistor

$I_C = -10$ mA
$I_B = -0{,}2$ mA
$V_{BE} = -0{,}32$ V
$V_{CEM} = -0{,}2$ V
$I_{COM} = -35\ \mu A$ (60° C)

Tensões de alimentação

$V_C = -18$ V
$V_{CCM} = -20$ V
$V_{CCN} = -16$ V
$V_{BB} = 18$ V
$V_{BBM} = 20$ V
$V_{BBN} = 16$ V

Tolerância das resistências (5 %) — $\gamma = 0{,}05$

b) *Determinação de R_e (Eq. 8)*

$$R_e = 1{,}8\ k\Omega$$

c) *Determinação de V_{CE} (Eq. 9)*

$$V_{CE} = -8\ V$$

d) *Determinação dos parâmetros I, A e B (Eqs. 4, 5 e 6)*

Faz-se $V_{EB} = -0{,}1$ V e $V_{CEN} = 0$ V

vem: $I = -0{,}254$ mA

$$A = 1{,}051$$

$$B = 0{,}126$$

e) *Determinação do factor de saída (Eq. 10)*

$$F_O = 15{,}4$$

f) *Determinação do maior número de entradas (Expressão 11)*

$$M_{max} = 7$$

g) *Determinação de I_M, F_M, R_M e R_{TM} (Eqs. 3, 7, 1 e 2)*

M	$-I_M$ (mA)	F_M	R_M (KΩ)	R_{TM} (KΩ)
1	0,27	1,0	27	300
2	0,32	1,2	22	220
3	0,38	1,4	18	160
4	0,46	1,7	15	120
5	0,60	2,2	12	82
6	0,86	3,2	8,2	51
7	1,49	5,5	4,7	27

Os valores das resistências correspondem aos da série de 5 % mais próximos dos valores calculados.

É apresentado como exemplo (Fig. 9) o circuito de 3 entradas normalizado. Os factores de entrada e de saída inscrevem-se dentro dum círculo.

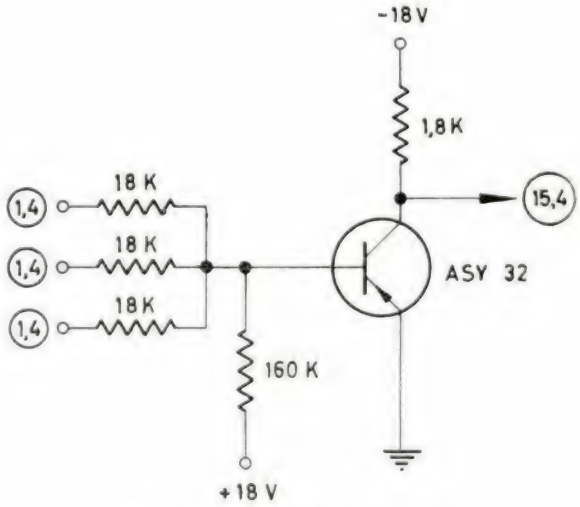


Fig. 9 — Circuito de 3 entradas

O flip-flop corresponde a 2 blocos de uma entrada ligados em circuito fechado. A figura 10 representa o esquema básico do flip-flop (sem o sistema de disparo).

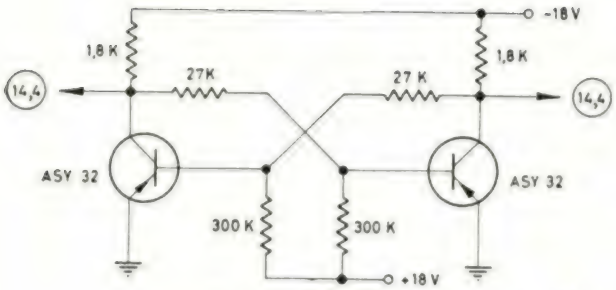


Fig. 10 — Flip-flop

BIBLIOGRAFIA

1 — General Electric Co — Transistor Manual — 1962.

2 — L. P. Hunter-Handbook of Semicondutor Electronics — Mc Graw-Hill — 1962.

3 — Schwartz-Selected Semicondutor Circuits Handbook — 1960.

4 — Texas Instruments Inc. — Transistor Circuit Design — 1963.

ERRATA

— Pág. 161, coluna 1, linhas —13 e —12, deve ler-se:

V_{BBM} (—) —Valor máximo de V_{BB}. $|V_{BBM}| > |V_{BB}|$

— Pág. 162. Rectificam-se as expressões:

(2)
$$R_{TM} = - \frac{V_{EB} + V_{BBN}}{\left[\frac{V_{CEM} + V_{EB}}{(1-2\gamma)\, R_M} M + I_{COM} \right] (1 + 2\gamma)}$$

(4)
$$I = I_B - \frac{(V_{BE} - V_{BBM})\ (1 + 2\gamma)}{(V_{EB} + V_{BBN})\ (1 - 2\gamma)}\ I_{COM}$$

(5)
$$A = 1 + \frac{(V_{BE} - V_{CEN})\ (1 + 2\gamma)}{(V_{CE} - V_{BE})\ (1 - 2\gamma)}$$

— Pág. 162, coluna 1, linha —10 deve ler-se:

1 % de V_{BB}

ERRATA

ASPECTOS DA ANÁLISE DE CORRELAÇÃO E DE REGRESSÃO

«Técnica» n.º 359, págs. 481-493

Em vez de *a um nível de probabilidade* α
deve ler-se *a um nível de probabilidade* $1 - \alpha$, nos seguintes locais:

pág. 486, coluna esq., linha — 13:
pág. 486, coluna dir., linha — 6;
pág. 487, coluna esq., linha — 6;
pág. 487, coluna dir., linha 8;
pág. 489, coluna dir., linha — 3;
pág. 490, coluna esq., linha — 12.

C. D. U. 621.311.5/91

ELEMENTOS SOBRE A PRODUÇÃO E O CONSUMO DE ENERGIA NA REDE ELÉCTRICA NACIONAL (*)

I — Breve nota mensal

As afluências, em Novembro, ao conjunto de todos os aproveitamentos, exceptuados os do Douro, têm uma probabilidade de serem excedidas de 39 %; as afluências à totalidade do sistema produtor têm, porém, uma probabilidade inferior (28 %), por efeito do regime favorável verificado no Douro. O coeficiente de produtibilidade do mês atingiu 1,29, embora as precipitações tenham sido, como se assinalou, sensìvelmente inferiores às médias.

II — Elementos gerais (GWh)

	a) Mensais 1965	a) Mensais 1966	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	3387,1	4690,9	+ 38
Produção térmica (P_t)	392,3	9,1	— 98
Produção total (P_T)	3779,4	4700,0	+ 24
Energia recebida de empresas não pertencentes ao RNC (E_r)	24,3	31,8	+ 31
Exportações (Ex)	11,1	14,5	+ 31
Importações (I)	441,8	3,4	— 99
Saldo importador (S_I)	+ 430,7	— 11,1	— 103
Consumo em bombagem (C_b) . .	15,8	56,9	+ 260
Produção para consumos perman. (P_{cp}) (1) . .	3758,1	3946,8	+ 5,0
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) . . .	460,5	717,0	+ 56
Total	4234,4	4720,7	+ 11
Coeficiente de hidraulicidade	0,48	1,47	—

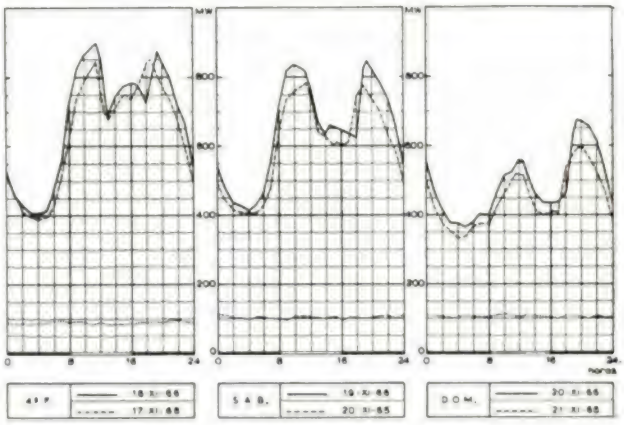
NOTA

(1) A produção para consumos permanentes (P_{cp}) é determinada pela seguinte expressão: $P_{cp} = P_T + E_r + S_i - C_b - P_{cnp}$

III — Diagramas de carga dos dias característicos

			4.ª feira: 1965	4.ª feira: 1966
Produção hidráulica		(P_h) MWh	16251	17261
Produção térmica		(P_t) MWh	0	0
Produção total		(P_T) MWh	16251	17261
Trocas com Espanha	Export.	(Ex) MWh	0	0
	Import.	(I) MWh	0	0
Consum em bomb. hidroel.		(C_b) MWh	690	620
Prod. para cons. perm.		(P_{cp}) MWh	13260	14537
Prod. para cons. não perm.		(P_{cnp}) MWh	2301	2104
TOTAL		$P_T + (I - Ex)$ MWh	15561	16641
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx. MW	850	900
		Potência mín. MW	392	405
		Utiliz. da ponta horas	18,3	18,5
		Factor de carga	0,76	0,77
	P_{cp}	Potência máx. MW	752	817
		Potência mín. MW	293	319
		Utiliz. da ponta horas	17,6	17,8
		Factor de carga	0,73	0,74

NOVEMBRO



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês GWh	No fim do mês % (1)
Alto Rabagão	762,7	78,4
Paradela	181,6	81,6
Venda Nova	108,8	85,0
Salamonde	20,5	47,3
Caniçada	31,5	95,2
Vilar	5,4	5,8
Cabril	181,7	53,6
Castelo do Bode	125,7	77,1
Guilhofrei	3,7	44,6
Lagoa Comprida	7,1 (2)	17,3
Santa Luzia	28,2	45,8
Pracana	10,1	78,3
Póvoa	4,6 (3)	26,0
Total com A. Rabagão . . .	1471,6	69,8
Total sem A. Rabagão . . .	708,9	62,4

NOTAS

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 3,3 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 2,0 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 1,9 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 1,9 GWh no fim do mês.

(*) *Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.). As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*

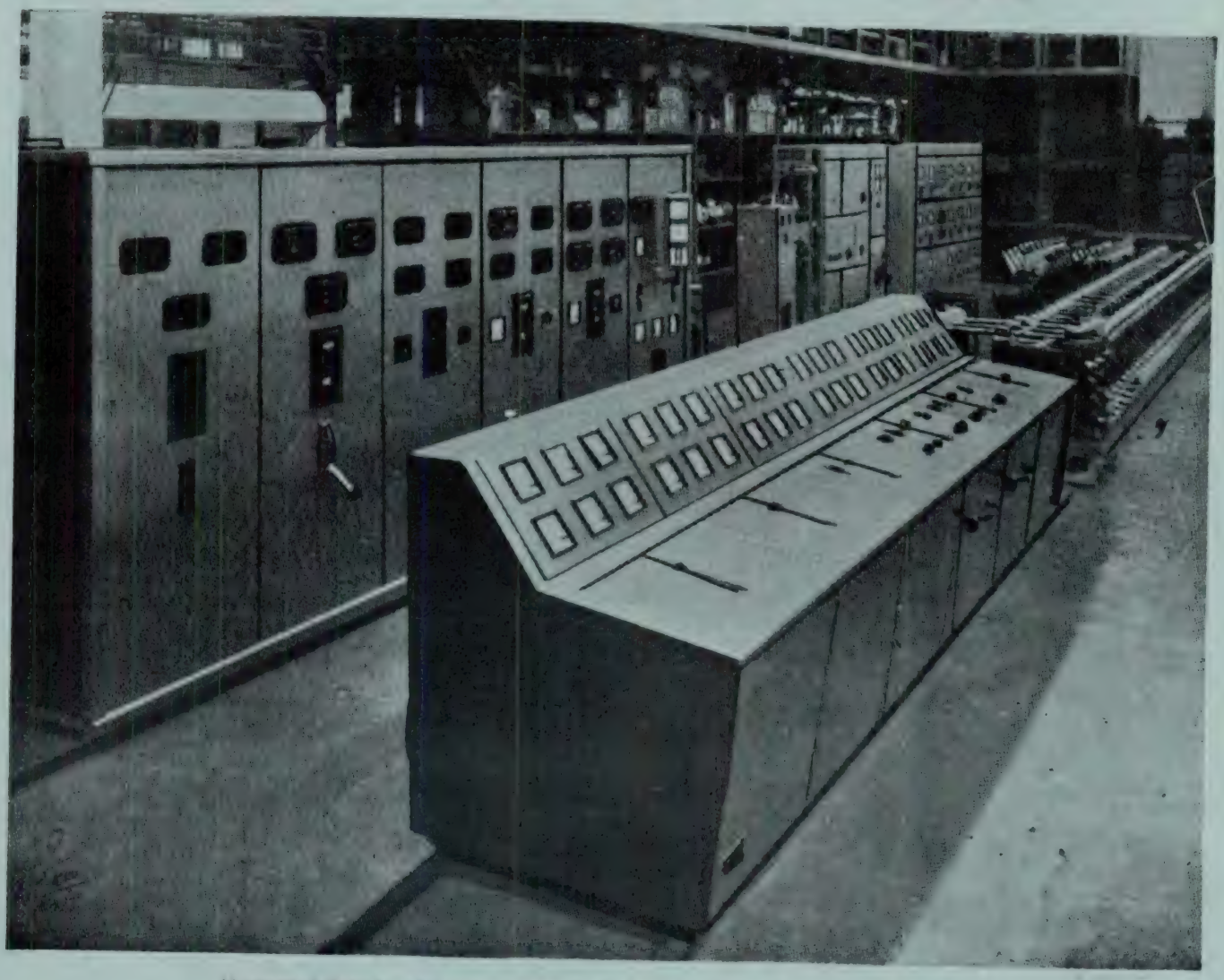
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

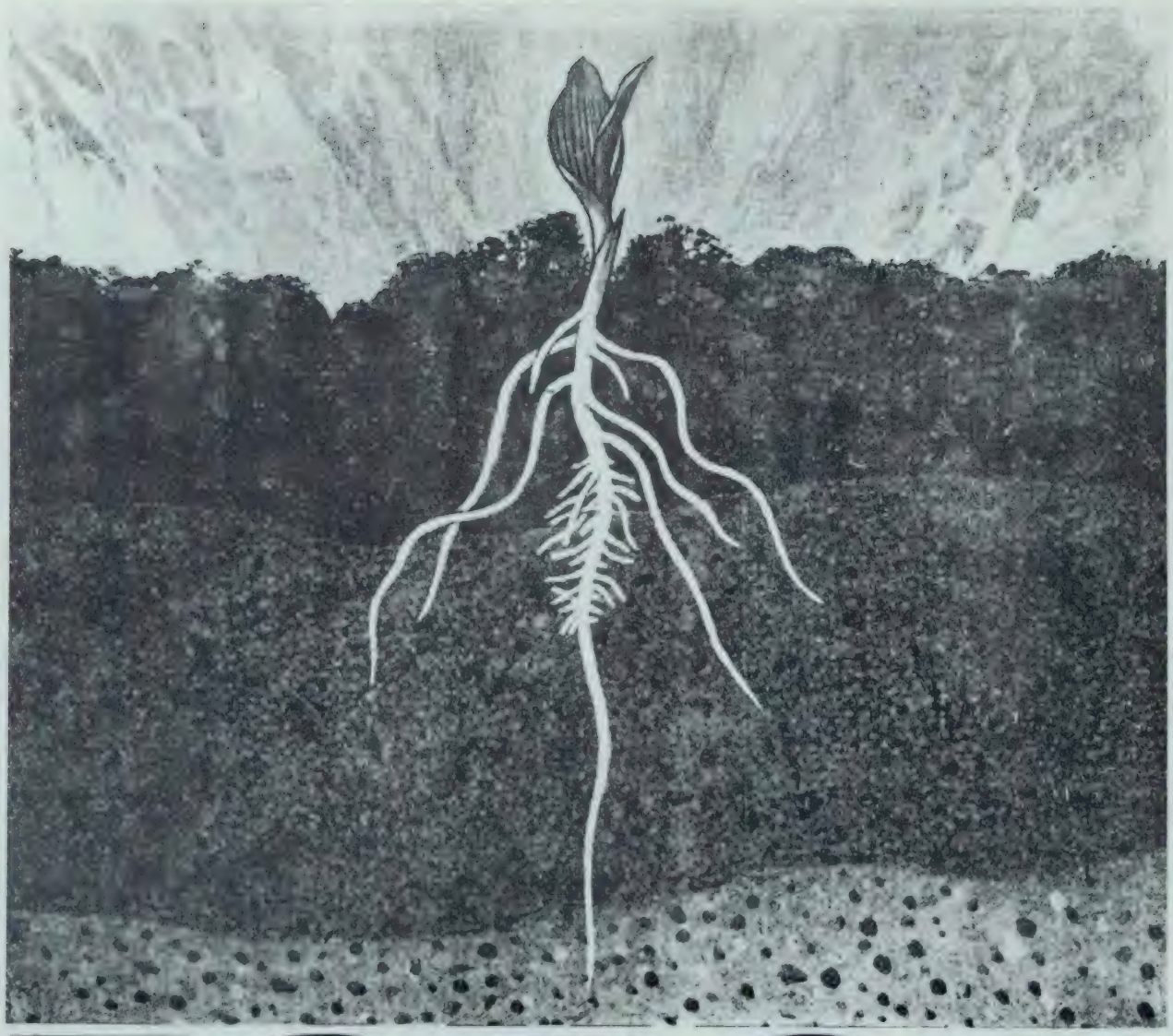
LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina



FORÇA

Durante a germinação, uma semente utiliza todos os meios ao seu alcance para brotar do solo e poder ver e sentir a luz e o calor do Sol. Esta é uma das infinitas forças da natureza, que sòmente o homem sabe orientar de maneira a poder obter o máximo rendimento dela.

Todos os homens e mulheres, que trabalham para a International Harvester, e que se encontram espalhados por todo o mundo, ajudam o homem a aproveitar melhor essa força da natureza. Através de constantes pesquisas, aperfeiçoam a sua técnica, quer no que diz respeito a cada uma das partes de uma máquina, quer no que diz respeito a produção. Eles produzem tractores e alfaias adequadas para cultivar a terra, máquinas para movimentar terras e camions para o seu transporte.

O equipamento I. H., onde quer que ele seja construído, é caracterizado pela sua perfeição, confirmando assim o seu lema, de que não são meras ferramentas, mas força em si — força aplicável, que satisfaz as necessidades básicas do homem.

INTERNATIONAL HARVESTER

International Harvester

põe força nas suas mãos

FASSIO, LDA.

20, Rua Jardim do Regedor, 32
LISBOA-2 — Telefones 361902-3-4

C. D. U. 661.257 — 52

ESTUDO DE UM SISTEMA DE COMANDO AUTOMÁTICO PARA O CIRCUITO DE SECAGEM E ABSORÇÃO DE UMA FÁBRICA DE ÁCIDO SULFÚRICO

pelo ENG.º VIRGÍLIO IGREJA
(Chefe do Dep. «Automação» do Centro de Investigação da C. U. F.)

RESUMO

Descreve-se um sistema de comando automático destinado a um processo multidimensional, cuja matriz de transferência é não diagonal. O elemento básico do sistema é uma rede correctora que se determina a partir daquela matriz e cuja associação ao processo conduz a uma matriz de transferência diagonal. É possível, então, formar malhas de regulação sem interacção e utilizar controladores convencionais. Determinam-se, a seguir, os parâmetros destes controladores pelo método de Ziegler Nichols. Finalmente, estuda-se a estabilidade do sistema pelo método do lugar geométrico das raízes (diagramas de Evans).

SYNOPSIS

The non-diagonal transfer matrix of an actual multidimensional process is determined. From this matrix, a network which converts that matrix into a diagonal one is obtained. The virtually independent loops thus determined are then treated by the Ziegler-Nichols's method in order to get the parameters of the P. I. D. single-loop controllers now applicable. At last, the root-locus method is used in the stability analysis of the system.

1 — INTRODUÇÃO

O processo de produção de ácido sulfúrico por contacto é constituído essencialmente pelas seguintes fases:

i) ustulação da pirite;
ii) purificação dos gases de ustulação;
iii) secagem dos gases de ustulação;
iv) oxidação catalítica do SO_2 (que se transforma em SO_3);
v) absorção do SO_3.

As fases de secagem e absorção realizam-se em três torres interligadas, como se indica no esquema simplificado da figura 1. Na primeira, chamada torre de secagem, os gases sulfurosos são deshumidificados pelo ácido sulfúrico que, finamente pulverizado, atravessa a torre em contra-corrente. Nas outras duas torres, chamadas torres de absorção, o gás anidrido sulfuroso é com-

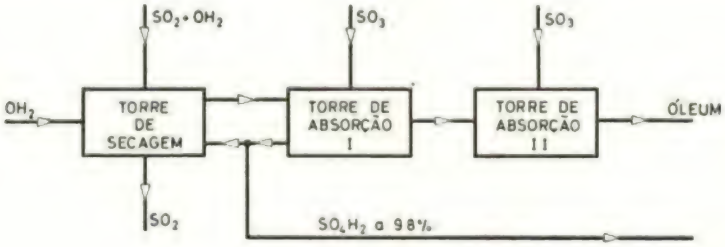


Fig. 1

pletamente absorvido por uma corrente de ácido sulfúrico que, finamente pulverizado, atravessa a torre em contra-corrente; desse modo, aumenta-se a concentração do ácido sulfúrico circulante.

A necessidade de comando automático nestas fases de fabrico resulta do interesse de se manter no tempo, para um maior rendimento do processo, a seguinte situação (*):

i) concentração aproximadamente constante do ácido à entrada da torre de secagem: 95 % ± 1 %;
ii) concentração aproximadamente constante do ácido à entrada da torre de absorção: 98,5 % ± 0,1 %;
iii) nível de ácido constante (90 ± 2) cm na torre de secagem;
iv) nível de ácido constante (90 ± 2) cm na torre de absorção;

situação esta que é perturbada pelas seguintes causas aleatórias (entre outras):

i) variação da quantidade de vapor de água nos gases na torre de secagem (função da temperatura dos gases à saída dos fornos, temperatura ambiente, etc);
ii) variação do teor em SO_3 nos gases na torre de absorção (função do teor em SO_2 dos gases de entrada no convertidor, temperatura de conversão, actividade do catalizador, etc.).

A anulação dos efeitos destas perturbações sobre a situação desejada, pode fazer-se por manobras adequadas das válvulas indicadas no esquema da figura 2; contudo, como as variáveis a que se refere essa situação estão intrìnsecamente ligadas, a manobra de uma qualquer das válvulas vai modificar os valores de todas as variáveis definidores da mesma situação, o que torna o comando manual do processo muito difícil.

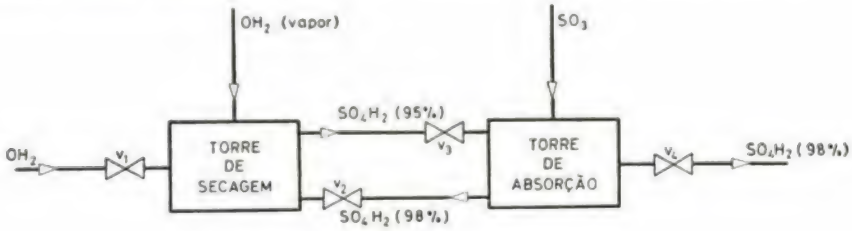


Fig. 2

O nosso problema consiste em projectar um sistema automático de manobra dessas válvulas. Para isso, podemos encarar o processo como um sistema com 4 grandezas de entrada q_1, q_2, q_3 e q_4 (caudais determinados pelas válvulas) e 4 grandezas de saída y_1, y_2, y_3, e y_4 (dois níveis e duas concentrações).

O conjunto dos valores das variáveis de entrada pode ser representado por um vector $[q_i]$ que é transformado por uma matriz P, representativa do processo, num vector de saída $[y_i]$ no espaço definido pelas variáveis de saída.

Fig. 3

É possível, então, estabelecer um anel de comando que inclui os instrumentos de medida, os órgãos de comando (válvulas) e o controlador segundo o esquema em bloco indicado na fig. 4, onde se representam os seguintes vectores:

$[y_i]$ = variáveis de saída;

(*) Sem perda de generalidade do método utilizado, consideraremos apenas a torre de absorção I no circuito em estudo.

$[x_i]$ = variáveis de saída traduzidas;
$[x_{oi}]$ = variáveis de referência traduzidas;
$[\varepsilon_i]$ = $[x_{io} - x_i]$ erros;
$[q_i]$ = variáveis de comando do processo;
$[m_i]$ = variáveis de comando das válvulas;
$[z_i]$ = perturbações do processo.

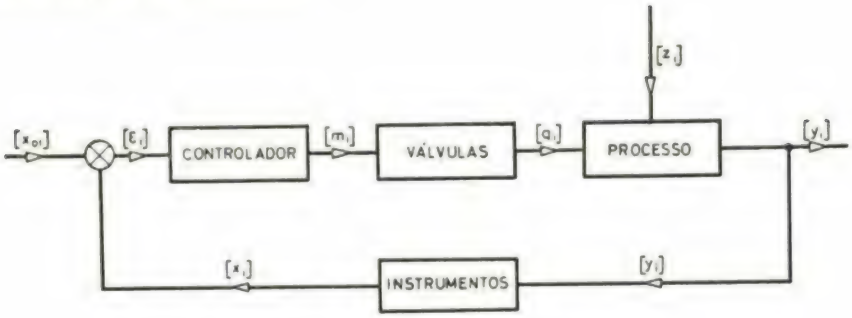


Fig. 4

Representando os componentes do anel de comando da fig. 4 por matrizes resulta o diagrama da fig. 5.

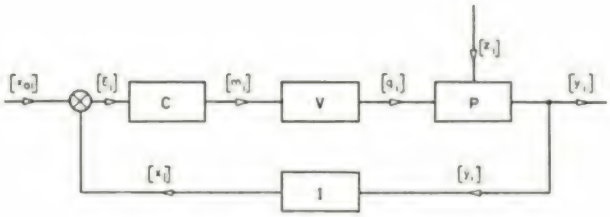


Fig. 5

A resolução deste problema de comando automático multidimensional, envolve as seguintes questões:

i) Realizabilidade — Com efeito, dado o processo, que não devemos modificar, e dados os órgãos de comando (válvulas de comando) e de medida (medidores de nível e de concentração) cuja liberdade de escolha é muito condicionada, restam-nos livres as características dinâmicas (determinadas pelos valores dos parâmetros livres) do controlador. A primeira questão consiste em saber se é fisicamente realizável um controlador com tais caracte rísticas.

ii) Estabilidade — Determinada a possibilidade de realização do controlador, é necessário determinar a região de estabilidade do sistema, o que vai restringir os intervalos de variação dos parâmetros livres do controlador.

iii) Optimização — Dentro da região de estabilidade e depois de se definir um «índice de eficiência» que permita avaliar o comportamento de todo o sistema, há que determinar quais os valores dos parâmetros que tornam máximo esse índice, isto é, que tornam óptimo, segundo um dado critério, o comando do processo, nas condições impostas ao sistema.

2 — TEORIA

2.1 — Esquema geral de controle

Como se disse atrás, qualquer variável de comando do processo q_i influencia todas as variáveis de saída; daqui resulta não adequada a solução que consiste em formar 4 anéis de controle, funcionando independentemente, cada um dos quais regulando uma variável y_i. Esta solução teria a grande vantagem prática de serem imediatamente utilizáveis os controladores existentes no mercado, da mesma forma que o são as válvulas e os instrumentos de medida necessários ao controle do processo. Assim, torna-se necessário realizar um controlador mais complexo que gere os sinais adequados $[m_i]$ a enviar às válvulas de comando, a partir dos erros $[\varepsilon_i]$, diferenças entre os valores fornecidos pelos instrumentos de medida e os valores desejados para as variáveis de saída. Contudo, com o fim de beneficiarmos daquela enorme vantagem de ordem prática, vamos basear o nosso estudo num método que consiste em neutralizar a influência recíproca existente entre as variáveis de entrada e de saída do sistema, pela inclusão duma rede correctora na cadeia activa do anel de comando, como se indica na figura 6.

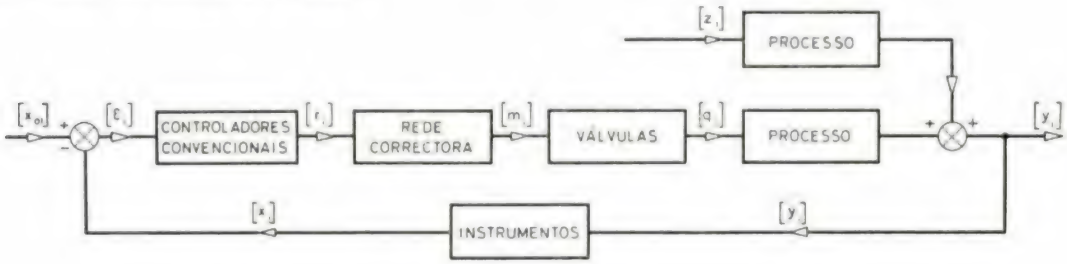


Fig. 6

Nestas condições, cada um dos controladores convencionais vai actuar apenas em *uma* variável de saída y_i embora, para isso, tenha em geral que actuar em *todas* as variáveis de comando q_i. De qualquer modo, cada controlador irá comportar-se como se a ele estivesse associado apenas um anel de controle, uma vez que a partir dum sinal de erro ε_i gerará um sinal que actuará ùnicamente a variável de saída y_i. Daqui resulta ainda a possibilidade de utilização dos métodos de análise dos sistemas unidimensionais, nomeadamente, os de Evans e Ziegler-Nichols para o estudo da estabilidade de cada um dos anéis.

Assim, o esquema geral de controle que vamos utilizar é o indicado na figura 7. Ele servirá de base à dedução das equações teóricas de comando que faremos a seguir.

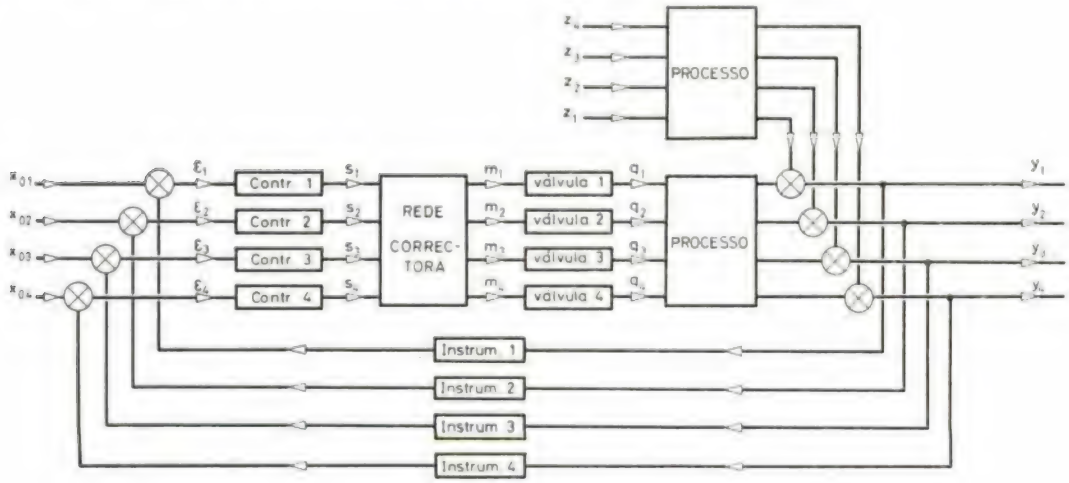


Fig. 7

2.2 — Equações básicas

O modelo físico descrito pelo esquema geral de controle estabelecido anteriormente supõe os componente lineares e invariantes no tempo, isto é, supõe que o comportamento dinâmico dos mesmos pode ser descrito por um sistema de equações diferenciais lineares de coeficientes constantes.

Utilizando a transformada do Laplace para a determinação das funções de transferência correspondentes aos componentes indicado na figura 7 e, por outro lado, utilizando a linguagem matricial para a dedução das equações básicas de funcionamento, obtém-se o seguinte esquema a partir do anterior:

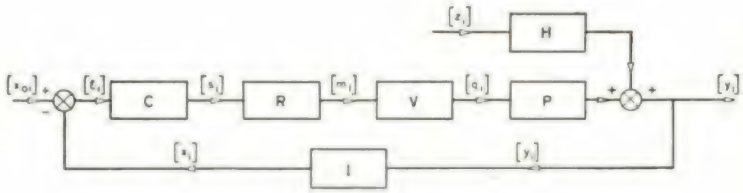


Fig. 8

Neste esquema C, V e I representam matrizes diagonais de transferência correspondentes aos conjuntos dos controladores, das válvulas e dos instrumentos de medida; P e H representam as matrizes correspondentes ao processo que transformam respectivamente os vectores das variáveis de comando $[q_i]$ e das perturbações $[z_i]$ nas parcelas que constituem o vector de saída $[y_i]$; $[x_i]$ é o vector de saída traduzido em termos susceptíveis de comparação com o vector de entrada $[x_{oi}]$ de modo a fornecer o vector erro $[\varepsilon_i]$; finalmente, $[s_i]$ e $[m_i]$ são, respectivamente, os vectores de entrada e saída da rede correctora descrita pela matriz R. Os elementos de todas estas matrizes e vectores são funções da variável complexa $s = \sigma + j\,\omega$ em consequência da aplicação da transformada de Laplace ao sistema de equações diferenciais que descrevem o funcionamento do sistema.

A partir da figura 8, obtêm-se as seguintes equações matriciais:

$$[y_i] = P\,[q_i] + H\,[z_i] \tag{1}$$

$$[q_i] = VRC\,[\varepsilon_i] \tag{2}$$

$$[\varepsilon_i] = [x_{oi}] - [x_i] \tag{3}$$

$$[x_i] = I\,[y_i] \tag{4}$$

donde resulta, fazendo $G = PVRC$:

$$[y_i] = G\,[\varepsilon_i] + H\,[z_i] \tag{5}$$

e, se a matriz $(E + GI)^{-1}$ existir:

$$[y_i] = (E + GI)^{-1}\,G\,[x_{oi}] + (E + GI)^{-1}\,H\,[z_i] \tag{6}$$

sendo E a matriz unidade.

Destas expressões é possível determinar, por ensaios, V, I, P e H; da matriz C, diagonal, conhecemos os limites e intervalos de variação dos seus elementos (*); resta-nos determinar a matriz R de acordo com as condições de realizabilidade, estabilidade e optimização que se indicam a seguir.

(*) Utilizaremos controladores convencionais P. I. D. (controle proporcional, integral e derivativo).

2.3 — Realizabilidade

Para que o sistema seja realizável, tal como o concebemos, devem ser satisfeitas as seguintes condições:

i) existência da matriz inversa $(E + GI)^{-1}$, em virtude da equação (6);
ii) carácter diagonal da matriz $G = PVRC$, em virtude da equação (5) e para que não haja influência de ε_i sobre y_k, para $k \neq i$;
iii) valores teóricos razoáveis ligados aos componentes e variáveis associados à rede correctora.

2.4 — Estabilidade

Da equação (6) conclue-se que a equação característica do nosso sistema é:

$$| E + GI | = 0 \tag{7}$$

onde $G = PVRC$. Como se sabe, todas as raízes desta equação em $s = \sigma + j\omega$ devem possuir partes reais negativas para que o sistema seja estável. Esta condição restringe os valores dos elementos g_{ii} de G e r_{ii} de R. Por outro lado, em virtude do carácter diagonal da matriz global de transferência tudo se passa como se o nosso sistema fosse constituído por 4 anéis de controle independentes; isso permite-nos utilizar, para cada um deles, o método do lugar geométrico das raízes (método de Evans) na escolha duma boa região de estabilidade. Desta condição resultam novas limitações para os valoıes de g_{ii}, de r_{ii} e de c_{ii} de C.

2.5 — Optimização

As condições anteriores de realizabilidade e estabilidade não conduzem a um conjunto único de valores dos parâmetros livres do sistema. Com efeito, permitem-nos escolher, apenas, no espaço dos parâmetros livres, uma região permissível Ω_{ii} para os valores desses parâmetros que garantem estabilidade ao sistema. Existe porém uma região $\Omega'_{ii} \subset \Omega_{ii}$ para a qual o sistema tem um comportamento que consideramos «óptimo» em face do tipo de perturbações a que está sujeito. Um dos critérios utilizados na avaliação do comportamento do sistema é o do erro quadrático médio, através do método de Phillips. Não faremos o respectivo estudo neste trabalho.

2.6 — Aplicação ao problema em estudo

Do esquema da fig. 8, podemos determinar experimentalmente P, V, I e as características de $[z_i]$.

Por outro lado, conhecemos os intervalos de variação dos parâmetros livres dos controladores que definem C e o vector de entrada $[x_{oi}]$. O nosso problema consiste na determinação de R e dos parâmetros de C, a partir apenas destes dados, de tal modo que o sistema seja realizável e estável nos sentidos dados atrás.

Na resolução deste problema seguiremos o método seguinte:

i) Determinação experimental das funções de transferência parciais que constituem os elementos das matrizes P, V e I.
ii) Determinação dos elementos r_{ij} de R, de modo que $G' = IPVR$ seja diagonal e g'_{ii} sejam do tipo $g'_{ii}(s) = \dfrac{K_g\, e^{-L_g s}}{C_g\, s + 1}$ (tempo morto e constante de tempo, podendo eventualmente, serem nulas algumas das constantes K_g, L_g e C_g), ou dele se possam aproximar, com as constantes relacionadas, através das fórmulas de Cohen-Coon, com os parâmetros permissíveis para X_p, T_v e T_n dos controladores convencionais.
iii) Verificação das condições de realizabilidade i), ii), iii) indicadas em 2.3.
iv) Verificação da estabilidade dos anéis de controle pelos respectivos diagramas de Evans.

3 — PROJECTO DO SISTEMA CONTROLADOR

3.1 — Determinação experimental da matriz de transferência do processo

3.1.1 — Esquema em bloco do processo

A fim de prepararmos os ensaios necessários à determinacão da matriz P, consideremos o esquema da figura 9, onde se assinalam todos os elementos que interessam àqueles ensaios. Neste esquema tem-se:

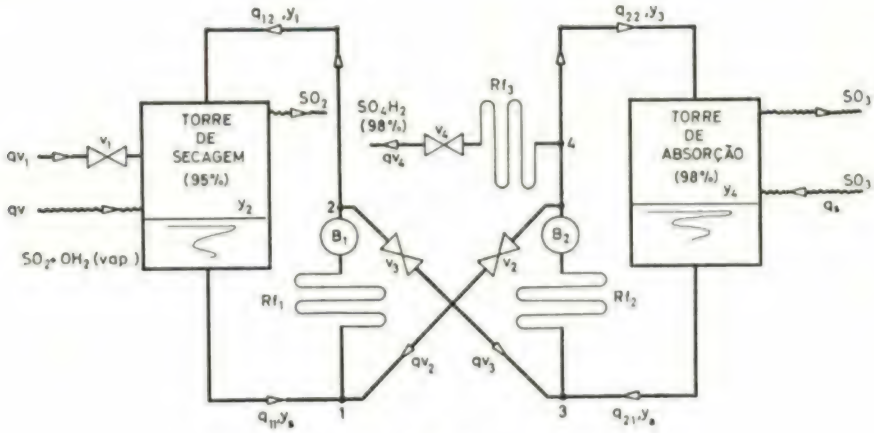


Fig. 9

v_1 — válvula de admissão de água;

v_2 — válvula de passagem de ácido a 98 % do circuito de absorção para o circuito de secagem;

v_3 — válvula de passagem de ácido a 95 % do circuito de secagem para o circuito de absorção;

v_4 — válvula de expedição de ácido a 98 %;

qv_1 — caudal em volume de água comandado pela válvula v_1 ($\simeq 0{,}25\ m^3 h^{-1}$);

qv_2 — caudal em volume de ácido a 98 % comandado pela válvula v_2 ($\simeq 7\ m^3 h^{-1}$);

qv_3 — caudal em volume de ácido a 95 % comandado pela válvula v_3 ($\simeq 7\ m^3 h^{-1}$);

qv_4 — caudal em volume de ácido a 98 % de expedição, comandado pela válvula v_4 ($\simeq 0{,}6\ m^3 h^{-1}$);

qv — caudal em volume de água absorvida na torre de secagem ($\simeq 0{,}25\ m^3 h^{-1}$);

q_s — caudal em massa de anidrido sulfúrico absorvido na torre de absorção;

q_{11}, y_s — caudal em volume do ácido de saída da torre de secagem com a concentração y_s;

q_{12}, y_2 — caudal em volume do ácido de entrada na torre de secagem, com a concentração y_2;

q_{22}, y_4 — caudal em volume de ácido de entrada na torre de absorção com a concentração y_4;

q_{21}, y_s — caudal em volume do ácido de saída da torre de absorção com a concentração y_s;

q_{B_1} — caudal em volume de ácido da bomba B_1 ($\simeq 30\ m^3 h^{-1}$);

q_{B_2} — caudal em volume de ácido da bomba B_2 ($\simeq 30\ m^3 h^{-1}$);

Rf_1 — refrigerante do circuito de secagem (conduta com cerca de 260 m);

Rf_2 — refrigerante do circuito de absorção (conduta com cerca de 130 m);

Rf_3 — refrigerante do circuito de expedição (conduta com cerca de 10 m);

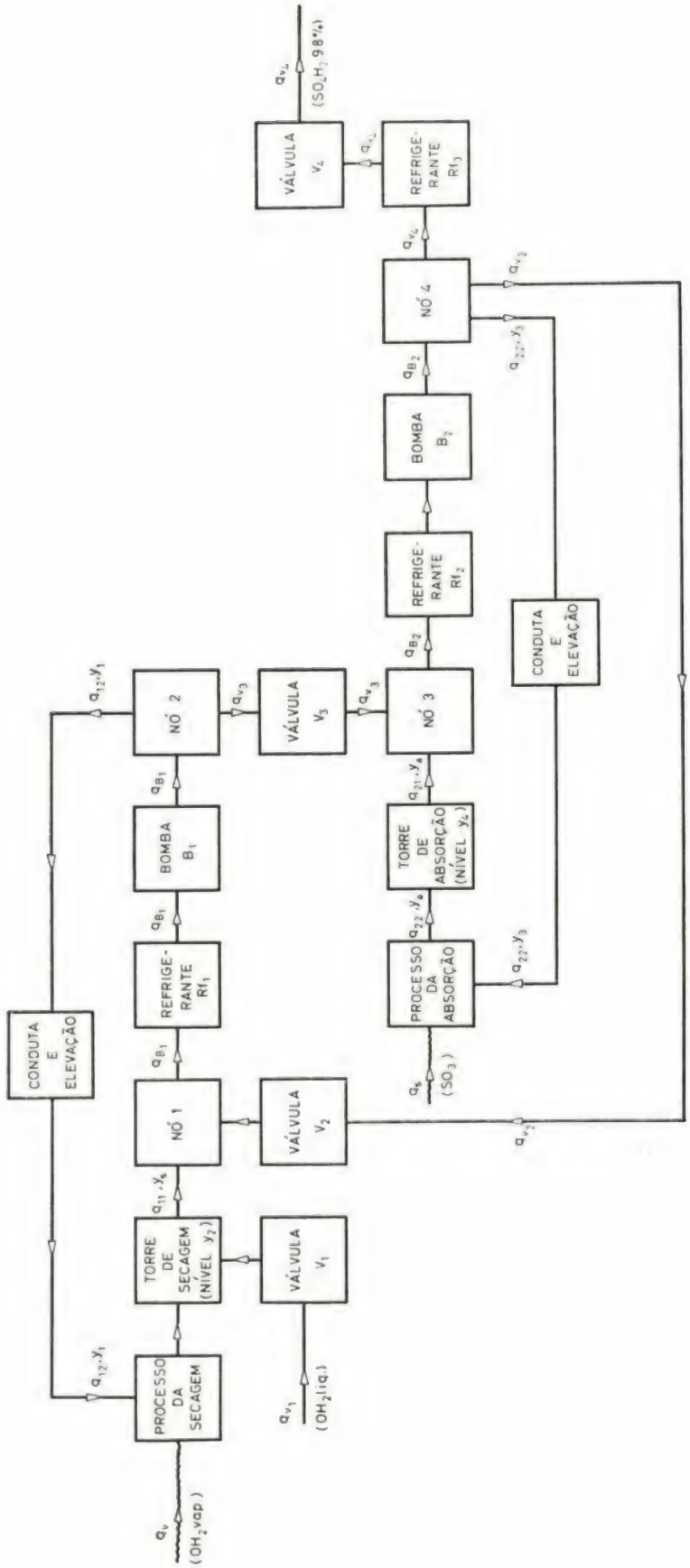
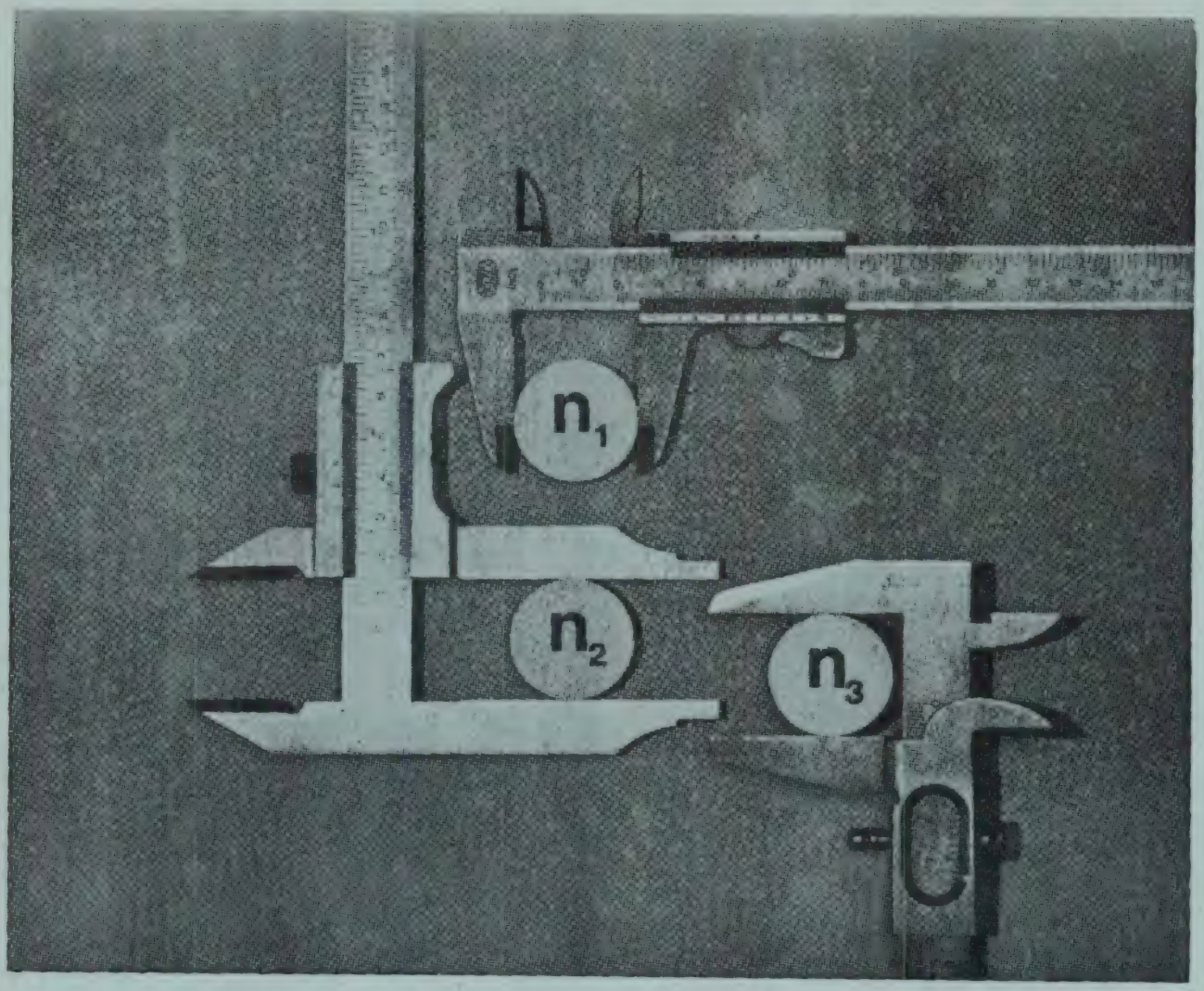

PROCESSO DA SECAGEM
TORRE DE SECAGEM (NÍVEL y_2)
NÓ 1
REFRIGE-RANTE Rf_1
BOMBA B_1
NÓ 2
VÁLVULA V_1
VÁLVULA V_2
VÁLVULA V_3
CONDUTA E ELEVAÇÃO
PROCESSO DA ABSORÇÃO
TORRE DE ABSORÇÃO (NÍVEL y_4)
NÓ 3
REFRIGE-RANTE Rf_2
BOMBA B_2
NÓ 4
REFRIGE-RANTE Rf_3
VÁLVULA V_4
CONDUTA E ELEVAÇÃO
$(OH_2 vap)$
$(OH_2 liq)$
(SO_3)
$(SO_4H_2\ 98\%)$

Fig. 10



ALTA PRECISÃO NA REGULAÇÃO:

melhor qualidade do produto
maior êxito nas vendas

Os mercados actuais exigem cada vez mais dos seus produtos. Para fazer face a este ditame, V. necessita – acima de tudo – de um equipamento eléctrico de confiança. Este, por sua vez, terá de reunir condições excepcionais, afim de poder preencher as necessidades imperiosas e crescentes da indústria moderna. Solucionar problemas de regulação, é uma das inúmeras tarefas dos engenheiros e projectistas da AEG.

A sua longa experiência, aliada às volumosas possibilidades técnicas da empresa, tem garantido aos seus clientes os melhores resultados: melhor qualidade do produto, consequentemente maior êxito nas vendas.

Exponha-nos o seu problema, pois que teremos muito gosto em colaborar na sua solução.

dist. Belarte

AEG

LUSITANA DE ELECTRICIDADE, SARL

LISBOA **PORTO**

confiança para a construção com

materiais novobra

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

pavimentos
coberturas
vigas de grande vão
asnas
perfis

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS, NOVOBRA, LDA.
AV. EST. UNIDOS DA AMÉRICA, 100, 5.º D - TEL. 77 48 32/766446 - LISBOA-5

Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kgf / cm²

AÇO BI

Tensão de segurança 4.000 Kgf / cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º
TELEFONES 67 12 24/5 e 67 37 85 - LISBOA

CONSTRUÇÕES PRÉ-FABRICADAS 100% RECUPERÁVEIS

CASAS DE HABITAÇÃO
POUSADAS • MOTÉIS • ESCOLAS
ENFERMARIAS • IGREJAS • CASERNAS
HOSPITAIS • ARMAZÉNS

ESTRUTURAS METÁLICAS
DE GRANDES DIMENSÕES

ANDAIMES • PAVILHÕES • COBERTURAS

ALUGUER E VENDA

ESCODEL

UMA CERTEZA DO PRESENTE,
COM A TÉCNICA DO PASSADO

SEDE: R. FERREIRA LAPA, 42, 1.º D.

TELEF. 55 31 23 — LISBOA

FÁBRICA — QUEIJAS

y_2 — nível de ácido na torre de secagem ($\simeq$ 90 cm);

y_1 — concentração do ácido à entrada da torre de secagem ($\simeq$ 95 %)

y_4 — nível do ácido na torre de absorção ($\simeq$ 90 cm);

y_3 — concentração do ácido à entrada da torre de absorção (98,5 %).

Da figura 9 resulta o seguinte esquema em bloco geral do processo (fig. 10).

3.1.2 — Dedução teórica do tipo de matriz de transferência

Como base no esquema da figura 10 vamos construir um modelo físico que descreva o processo com uma aproximação razoável nas condições estacionárias pretendidas. Para isso, note-se, em primeiro lugar, que as grandes perdas de carga se localizam, quer no circuito de secagem quer no circuito de absorção, nos refrigerantes Rf_1 e Rf_2, já que estes constituem cerca de 90 % do comprimento total das condutas. Por outro lado e como se indicou já na secção anterior, os caudais qB_1 e qB_2 são da ordem dos 30 m^3h^{-1} e os caudais qv_2 e qv_3 da ordem dos 7 m^3h^{-1}. Considerando variações máximas de $\pm$ 15 % para os caudais de comando qv_2 e qv_3, elas representam, em relação a qB_1 e qB_2, sòmente $\pm$ 3 % dos valores destes caudais; daqui resultam, em relação às perdas de carga em Rf_1 e Rf_2, variações desprezáveis.

Se acrescentarmos que as velocidades das bombas B_1 e B_2 são constantes, podemos concluir ser válida a hipótese que faremos, de serem qB_1 e qB_2 constantes nas condições normais de regulação. Outra hipótese de partida é a seguinte: nos nós 1 e 3, a mistura faz-se perfeitamente e sem contracção de volume (1). Por outro lado, vamos admitir que as variações de densidade depois das misturas, nos nós 1 e 3, são desprezáveis em relação às correspondentes variações de concentração (2). Finalmente, supomos o fluido incompressível e as condutas indeformáveis.

Partindo destas hipóteses vamos agora deduzir o sistema de equações diferenciais que dará origem à matriz de transferência P definida pela equação matricial (1) supondo apenas variações das variáveis de comando q_i:

$$[y_i(s)] = P(s).[q_i(s)] \tag{8}$$

Da figura 10 obtém-se o esquema simplificado da figura 11 que interessa ao nível y_2 da torre de secagem.

Fig. 11

Pelas hipóteses feitas, resulta para os nós 1 e 3:

$$qB_1 = q_{11} + qv_2 = qv_3 + qv_2$$

donde

$$q_{11} = qB_1 - qv_2$$

$$q_{12} = qB_1 - qv_3$$

(1) Em misturas de ácido a 100 % com água, a 15°C, o factor de contracção é 0,957.

(2) Dos valores indicados na literatura obtivemos, para 15°C e concentrações próximas de 95 % e 98 %, resultados inferiores, respectivamente, a 10 % e 5 %, para os valores máximos das relações entre as taxas de variação da densidade e da concentração.

Substituindo estes valores na equação de balanço volumétrico

$$A_1 \frac{dy_2}{dt} = qv + q_{12} + qv_1 - q_{11}$$

onde A_1 é a secção da torre cilíndrica de secagem, vem:

$$A_1 \frac{dy_2}{dt} = qv + qv_1 + qv_2 - qv_3 \tag{9}$$

Se y_2, qv, qv_1, qv_2 e qv_3 representarem desvios em relação a valores de referência y_{20}, qv_0, qv_{10}, qv_{20}, qv_{30}, obtém-se de (9) por aplicação da transformada de Laplace:

$$A_1 \, s \, Y_2(s) = Qv(s) + Qv_1(s) + Qv_2(s) - Qv_3(s)$$

donde resultam as funções de transferência seguintes, elementos da matriz procurada P:

$$\begin{aligned}
P_{21}(s) &= \frac{Y_2(s)}{Qv_1(s)} = \frac{1}{A_1 s} \\
P_{22}(s) &= \frac{Y_2(s)}{qv_2(s)} = \frac{1}{A_1 s} \\
P_{23}(s) &= \frac{Y_2(s)}{Qv_3(s)} = -\frac{1}{A_1 s} \\
P_{24}(s) &= \frac{Y_2(s)}{Qv_4(s)} = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

Anàlogamente, em relação ao nível y_4 temos:

$$qB_2 = q_{21} + qv_3 = qv_2 + qv_4 + q_{22}$$

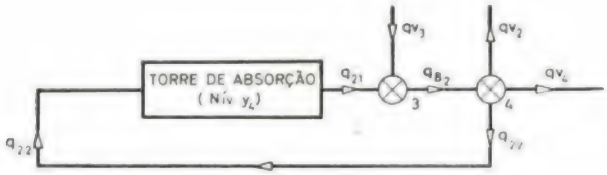


Fig. 12

donde

$$q_{21} = qB_2 - qv_3$$

$$q_{22} = qB_2 - qv_2 - qv_4$$

Substituindo estes valores na equação de balanço volumétrico

$$A_2 \frac{dy_4}{dt} = q_{22} - q_{21}$$

onde A_2 é a secção da torre cilíndrica de absorção, vem:

$$A_2 \frac{dy_4}{dt} = qv_3 - qv_2 - qv_4 \tag{11}$$

Se y_4 e q_4 representarem desvios em relação aos valores de referência y_{40} e qv_{40}, obtém-se de (11) pela aplicação da transformada de Laplace:

$$A_2 sY_4(s) = Qv_3(s) - Qv_2(s) - Qv_4(s)$$

donde resultam as funções de transferência seguintes, elementos da matriz procurada:

$$P_{41}(s) = \frac{Y_4(s)}{Qv_1(s)} = 0$$

$$P_{42}(s) = \frac{Y_4(s)}{Qv_2(s)} = -\frac{1}{A_2 s}$$

$$P_{43}(s) = \frac{Y_4(s)}{Qv_3(s)} = \frac{1}{A_2 s} \tag{12}$$

$$P_{44}(s) = \frac{Y_4(s)}{Qv_4(s)} = -\frac{1}{A_2 s}$$

Consideremos agora o esquema simplificado seguinte, derivado do da fig. 10, para a dedução das equações que interessem à concentração y_1. Nesta figura P_s e T_s designam, respectivamente, o processo e a torre de secagem, y_s a concentração que resulta para o ácido de entrada depois da secagem, y_{11} a concentração do ácido q_{11} da torre de absorção, sendo conhecidos já os outros símbolos.

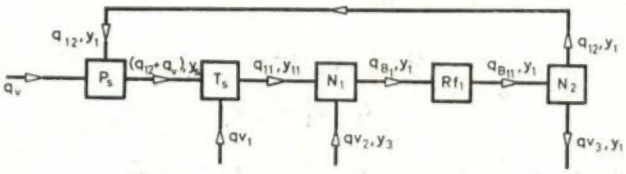


Fig. 13

Por definição de concentração, tem-se,

$$y_s = = \frac{q_{12}\, d_1\, y_1}{q_{12}\, d_1 + q_v + q_{v_1}}$$

onde d_1 designa a densidade do ácido à concentração y_1.

Fazendo o balanço mássico de ácido na torre, resulta a equação:

$$V_s d_{11} \frac{dy_{11}}{dt} = (q_{12} + q_v)\, d_s\, y_s - q_{11}\, d_{11}\, y_{11}$$

donde resulta, pela substituição do valor y_s:

$$V_s\, d_{11} \frac{dy_{11}}{dt} + q_{11} d_{11} y_{11} = \frac{(q_{12} + q_v)\, q_{12} d_1\, d_s y_1}{q_{12} d_1 + q_v + q_{v1}}$$

Substituindo nesta expressão os valores de q_{12} e q_{11} dados por:

$$q_{12} = q_{B_1} - q_{v_3}$$

$$q_{11} = q_{B_1} - q_{v_2}$$

obtém-se

$$V_s d_{11} \frac{dy_{11}}{dt} + q_{B_1} d_{11} y_{11} - q_{v_2} d_{11} y_{11} = f\,(q_v, q_{v_1}, q_{v_3}, y_1) \tag{13}$$

com

$$f\,(q_v, q_{v_1}, q_{v_3}, y_1) = \frac{(q_{B_1} - q_{v_3} + q_v)\,(q_{B_1} - q_{v_3})\,d_1 d_s y_1}{(q_{B_1} - q_{v_3})\,d_1 + q_v + q_{v_1}} \tag{14}$$

Faremos algumas aproximações em (13). Em primeiro lugar desprezaremos a pequena parcela resultante do desvio de q_{v_2} no 1.º membro, em relação à grande parcela $(q_{B_1} + q_{v_{20}})\,d_{11}\,y_{11}$. Por outro lado e supondo pequenos desvios de q_v, q_{v_1}, q_{v_3} e y_1, vamos linearizar o 2.º membro de (13) considerando apenas as primeiras parcelas do respectivo desenvolvimento em série de Taylor. Obtemos, assim, uma equação diferencial do tipo:

$$V_s \frac{dy_{11}}{dt} + q_{B_1}\,y_{11} = C_o + C_v\,q_v + C_{v_1} q_{v_1} + C_{v_3} q_{v_3} + C_4 y_1 \tag{14'}$$

onde C_o, C_v, C_{v_1}, C_{v_3} e C_4 são constantes.

Supondo y_{11}, q_v, q_{v_1} e q_{v_3} desvios em relação a valores de referência y_{110}, q_{v_0}, $q_{v_{10}}$, $q_{v_{30}}$, y_{10}, obtém-se de (14') pela aplicação da transformada de Laplace:

$$Y_{11}\,(s)\,(s\,V_s + q_{B_1}) = \frac{1}{s}\,C_o + C_v\,Q_v\,(s) + C_{v_1}\,Q_{v_1}\,(s) + C_{v_3}\,Q_{v_3}\,(s) + C_4\,Y_1\,(s) \tag{15}$$

Em relação ao nó N_1 da figura 13, tem-se:

$$y_1 = \frac{q_{11}\,d_{11}\,y_{11} + q_{v_2}\,d_3\,y_3}{q_{11}\,d_{11}\,d_{v_2}\,d_3} \tag{16}$$

Linearizando esta expressão, tal como fizemos em (14), vem:

$$y_1 = C'_o + C_{11}\,y_{11} + C_{v^2}\,q_{v_2} + C_{v_5}\,Y_3 \tag{17}$$

cuja equação transformada é:

$$Y_1\,(s) = \frac{1}{s}\,C'_o + C_{11}\,Y_{11}\,(s) + C_{v_2}\,Q_{v_2}\,(s) + C_{v_5}\,Y_3 \tag{18}$$

Retomando a figura 13, consideremos o refrigerante R_{f_1}. A variável de saída é a mesma de entrada: a concentração y_1; como a conduta é longa, porém, há um atrazo sensível t_1 que dá origem à resposta $y_1\,(t - t_1)$ a uma entrada $y_1\,(t)$. Representando a concentração y_1, no nó N_1, por y_{1N_1} e no nó N_2 por Y_1, podemos escrever:

$$y_1\,(t) = y_{1N_1}\,(t - t_1) \tag{19}$$

equação cuja transformada é:

$$Y_1\,(s) = e^{-t_1\,s}\,Y_{1N_1}\,(s) \tag{20}$$

Estamos agora em condições de determinar a equação diferencial transformada global correspondente à cadeia de elementos em série indicada na figura 14. Assim, a partir de (15), (18) e (20) obtém-se:

$$Y_1(s)\left(1-\frac{C_4\,C_{11}\,e^{-t_1 s}}{sV_s+q_{B_1}}\right)=\frac{1}{s}\,C'_0\,e^{-t_1 s}+\frac{1}{s}\,\frac{C_0\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}+\frac{C_v\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}\,Q_v(s)+$$

$$+\frac{C_{v_1}\,C_{11}\,e^{-t_1 s}}{sV_s+q_{B_1}}\,Q_{v_1}(s)+\frac{C_{v_3}\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_3}(s)+C_{v_2}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_2}(s)+C_5\,e^{-t_1 s}\,Y_3(s) \qquad (21)$$

Supondo em (21) apenas variações de $Q_{v_1}(s)$, $Q_{v_3}(s)$, $Q_{v_2}(s)$ e $Y_3(s)$, podemos escrever:

$$Y_1(s)\left(1-\frac{C_4\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}\right)=\frac{C_{v_1}\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_1}(s)+\frac{C_{v_3}\,C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_3}(s)+$$

$$+C_{v_2}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_2}(s)+C_{v_5}\,e^{-t_1 s}\,Y_3(s) \qquad (22)$$

Consideremos, agora, o esquema da figura 14 (extraído da figura 10) a fim de deduzirmos as equações que interessam à variável concentração y_3.

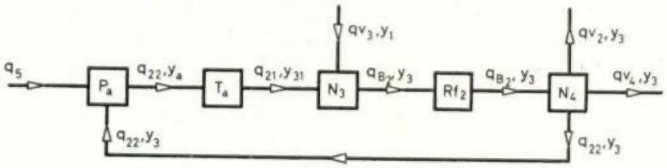


Fig. 14

Os símbolos P_a e T_a designam, respectivamente, o processo e a torre de absorção; y_a representa a concentração resultante do processo de absorção. Seguindo um raciocínio semelhante ao utilizado em relação a y_1 obtém-se para y_3 a seguinte equação:

$$Y_3(s)\left(1-\frac{C_6\,C_{11}}{sV_a+q_{B_2}}\,e^{-t_2 s}\right)=\frac{C'_{v_2}\,C_{31}}{sV_a+q_{B_2}}\,e^{-t_2 s}\,Q_{v_2}(s)+\frac{C_{v_4}\,C_{31}\,e^{-t_2 s}}{sV_a+q_{B_2}}\,Q_{v_4}(s)+$$

$$+C'_{v_3}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_3}(s)+C_7\,e^{-t_2 s}\,Y_1(s) \qquad (23)$$

Obtidas as equações (22) e (23), podemos finalmente formar o sistema (24) do qual resultam as expressões de $Y_1(s)$ e $Y_3(s)$ em função de $Q_{v_1}(s)$, $Q_{v_2}(s)$, $Q_{v_3}(s)$ e $Q_{v_4}(s)$:

$$\left[\begin{aligned}
&Y_1(s)\left(1-\frac{C_4\,C_{11}\,e^{-t_1 s}}{sV_s+q_{B_1}}\right)=\frac{C_{v_1}\,C_{11}\,e^{-t_1 s}}{sV_s+q_{B_1}}\,Q_{v_1}(s)+\frac{C_{v_3}\,C_{11}\,e^{-t_1 s}}{sV_s+q_{B_1}}\,Q_{v_3}(s)+C_{v_2}\,e^{-t_1 s}\,Q_{v_2}(s)+\\
&\qquad +C_5\,e^{-t_1 s}\,Y_3(s)\\
&Y_3(s)\left(1-\frac{C_6\,C_{11}\,e^{-t_2 s}}{sV_a+q_{B_2}}\right)=\frac{C'_{v_2}\,C_{31}}{sV_a+q_{B_2}}\,e^{-t_2 s}\,Q_{v_2}(s)+\frac{C_{v_4}\,C_{31}}{sV_a+q_{B_2}}\,e^{-t_2 s}\,Q_{v_4}(s)+\\
&\qquad +C'_{v_3}\,e^{-t_2 s}\,Q_{v_3}(s)+C_7\,e^{-t_2 s}\,Y_1(s)
\end{aligned}\right. \qquad (24)$$

Resolvendo estas equações obtêm-se as seguintes expressões gerais para Y_1 (s) e Y_3 (s):

$$Y_1(s)\left[1-\frac{C_4C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}-\frac{C_5\cdot C_7}{1-\frac{C_6C_{11}}{sV_a+q_{B_2}}e^{-t_2s}}e^{-(t_1+t_2)s}\right]=$$

$$=\frac{Cv_1C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}Q_{v_1}(s)+\left[C_{v_2}e^{-t_1s}+\frac{C_5\cdot C'_{v_2}\cdot C_{31}}{\left(1-\frac{C_6C_{11}}{sV_a+q_{B_1}}e^{-t_2s}\right)\left(sV_a+q_{B_2}\right)}e^{-(t_1+t_2)s}\right]Q_{v_2}(s)+$$

$$+\left[\frac{C_{v_3}\cdot C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}+\frac{C_5C'v_3}{1-\frac{C_5C_{11}}{sV_a+q_{B_2}}e^{-t_2s}}e^{-(t_1+t_2)s}\right]Q_{v_3}(s)+$$

$$+\left[\frac{C_5\cdot C_{v_4}\cdot C_{31}}{\left(1-\frac{C_6C_{11}}{sV_a+q_{B_2}}e^{-t_2s}\right)\left(sV_a+q_{B_2}\right)}e^{-(t_1+t_2)s}\right]Q_{v_4}(s) \qquad (25)$$

$$Y_3\left[1-\frac{C_6C_{11}}{sV_a+q_{B_2}}e^{-t_2s}-\frac{C_7C_5}{1-\frac{C_4\cdot C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}}e^{-(t_1+t_2)s}\right]=$$

$$=\left[\frac{C_{v_1}C_{11}C_7}{(sV_s+q_{B_1})\left(1-\frac{C_4C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}\right)}e^{-(t_1+t_2)s}\right]Q_{v_1}(s)+$$

$$+\left[\frac{C'_{v_2}C_{31}}{sV_a+q_{B_2}}e^{-t_2s}+\frac{C_7\cdot C'_{v_2}}{1-\frac{C_4C_{11}}{sV_s+q_{B_1}}e^{-t_1s}}e^{-(t_1+t_2)s}\right]Q_{v_2}(s)+$$